

Моделирование транспозиции инвариантных отношений и музыкальных вариаций на вычислительной машине

Рудольф Зарипов

Рассматриваются принципы варьирования ситуаций — одного из методов исследования эвристической деятельности. На основе их построен алгоритм, порождающий мелодические вариации на заданную музыкальную тему. Показывается, что описанное моделирование является объективным методом теории музыки.

1. ВВЕДЕНИЕ. ВАРЬИРОВАННЫЕ СИТУАЦИИ

Одним из методов изучения закономерностей мышления является метод *варьирования ситуаций*. При варьировании некоторой первоначальной ситуации, а также при ее восприятии обнаруживается некоторая общность первоначальной и варьированной ситуаций. Это проявляется, например, в таких видах интуитивной деятельности, как подражание, узнавание или распознавание образов, а также при обучении. Наряду с новым ощущается непосредственная связь с первоначальной ситуацией, элемент повторности, постоянства. Это обстоятельство связано с наличием *инвариантов преобразования* — таких элементов ситуации, которые остаются неизменными, постоянными при любой трансформации. Иначе говоря, при варьировании происходит *транспозиция (перенос) определенных отношений элементов* одной ситуации в другую.

Однако наличие инвариантов варьированной ситуации сильно *маскируется* другими элементами, которые как бы меняют „лицо“ первоначальной ситуации. Это *трансформанты* — элементы, изменяющиеся при преобразовании, и *константы* — элементы специфичные для фактуры той или другой вариации. Маскирующие элементы трансформируют ситуацию часто до неузнаваемости и весьма затрудняют обнаружить инварианты.

Поясним примерами понятия инварианта, трансформанты и константы.

1° Рассмотрим шахматную позицию (см. рис. 1), представляющую собой связку трех фигур — белого короля Кр_б, белого ферзя Ф_б и черной ладьи Л_ч.

Пусть эти фигуры расположены на пересечении некоторой фиксированной вертикали ξ ($\xi = a, b, c, \dots, h$) и, соответственно, k -й, f -й и l -й горизонталей ($k, f, l = 1, 2, \dots, 8$) так, чтобы удовлетворялось следующее соотношение

$$(1.1) \quad 1 \leq k < f < l \leq 8.$$

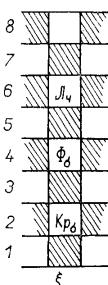


Рис. 1.

При различных наборах тройки значений k, f, l , удовлетворяющих (1.1), как и при различных значениях ξ , получаются разные позиции, являющиеся однако вариацией некоторой первоначальной позиции, обладающей признаком связки (1.1). Таким образом, соотношение (1.1), или, иначе, расположение фигур, удовлетворяющее (1.1), является в нашей связке инвариантом. Примером трансформанты может служить номер ξ , а также тройка чисел k, f, l , при изменении которых меняется и первоначальная позиция.

2° Известные в психологии опыты В. Кёлера с курицей, когда у нее вырабатывается рефлекс на отношение, заключаются в следующем. Курице предлагаются две круглые пластинки с зернами. Площадь одной пластинки меньше другой — $s_1 < s_2$. Если курица склеивает зерна с пластинки меньшей площади, то ее наказывают. Затем ситуацию меняют: ей предлагают две другие круглые пластинки с зернами, удовлетворяющие тому же неравенству ($s'_1 < s'_2$), но размеры этой пары не совпадают с размерами первой пары, и повторяют опыт. У курицы вырабатывается рефлекс на отношение площадей пластинок, и из любой пары круглых пластинок с разными площадями она предпочитает большую. Этот опыт видоизменяют еще тем, что вместо пары круглых пластинок с разными площадями берут пару пластинок, окрашенных одним и тем же цветом, но разной интенсивности. В этом случае у курицы вырабатывается рефлекс на отношение интенсивностей цветов. (Описание опытов см., например, в [2].) Таким образом, в обоих случаях происходит перенос отношений одних и тех же элементов из одной ситуации в другую.

В этом примере первоначальной ситуацией является первая пара из предложенных пластинок, а другие пары — ее вариацией. Инвариантом служит отношение площадей пластинок или отношение интенсивностей цветов. Трансформантой является размер пластиинки меньшей площади или интенсивность цвета более темной пластиинки. Константой служит определенный тон, цвет или интенсивность цвета, фиксированные для каждой пары и различные в каждом новом представлении.

3° Проходя зимой по лесной поляне, мы не узнали ее, хотя были здесь летом не один раз. И только внимательно приглядевшись, вспоминаем те же деревья, кусты, их взаимное расположение. Очень изменилась общая картина, общий вид поляны. Зеленый травяной покров сменился белым, снежным, оголились ветви. Все это замаскировало, изменило знакомую нам летом поляну до неузнаваемости, что и затруднило обнаружить постоянные отношения одних и тех же деревьев и кустов — то, что составляет очертания лесной поляны. В этом примере одним из инвариантов будет взаимное расположение деревьев и кустов с одной и той же точки зрения наблюдателя, постоянное как летом, так и зимой, т. е. некоторое постоянное отношение между различными предметами. Трансформантой является преобладающий цвет: летом он зеленый, а зимой — белый. Трансформантой же служит и покров: летом это листья и трава, а зимой — снег. Константы: летом — зеленый цвет, листья, трава; зимой — снежный покров на ветвях и на земле.

Как было видно, во всех трех примерах произошло варьирование, или трансформация первоначальной ситуации. Можно привести много примеров варьирования из разных областей человеческой деятельности. Так, пародии на стихи или короткие рассказы — это литературные вариации на некоторую тему, сочиненные в манере какого-нибудь писателя, поэта, киноактера и т. п. При управлении большими системами, в частности, транспортными объектами, нередко возникают ситуации, когда требуется отобразить в новые условия характерные черты или существенные взаимосвязи между элементами системы. Наконец, музыкальные вариации на заданную тему (мелодию), которые рассматриваются ниже.

Проблема маскировки инвариантных отношений — важная задача при преобразовании ситуации. Маскировка может осуществляться многими способами, большое разнообразие маскировочных средств достигается комбинацией различных трансформант и констант. И это осложняет решение задач, связанных с восприятием ситуаций. Однако, по-видимому, узнавание первоначальной ситуации в варьированной в какой то мере облегчается *полинвариантностью* при преобразовании, когда происходит перенос нескольких инвариантных отношений сразу.

Инварианты во многих случаях воспринимаются в варьированных ситуациях лишь неосознаваемым образом, как нечто напоминающее первоначальную

ситуацию. При этом различные маскирующие элементы – как константы, так и трансформанты – по-разному влияют на степень близости первоначальной и варьированной ситуаций. Вследствие этого возникает задача обнаружения „порога узнавания“, той минимальной маскировки, в результате которой в варьированной ситуации еще узнается первоначальная. „Порог узнавания“ зависит не только от степени или способа маскировки, но и от свойств приемника, участвующего в процессе этого узнавания, от его *тезауруса* (см. об этом, например, в [1]).

Выявление инвариантов преобразования, которые улавливаются в варьированных ситуациях интуитивно, маскирующих элементов – трансформант и констант, а также механизма транспозиции отношений – необходимое звено в раскрытии закономерностей эвристической деятельности. Это – одна из наиболее важных проблем психологии мышления.

2. ВАРИАЦИЯ МЕЛОДИИ, ЕЕ ВОСПРИЯТИЕ

Транспозиция отношений элементов, инвариантных при преобразованиях, наблюдается при варьировании ситуаций разной природы, в разных процессах или объектах. Следовательно, закономерности транспозиции отношений можно исследовать на любом материале.

Идеальный объект для исследований такого рода – музыка. Она обладает особенностью, которая с точки зрения возможности моделирования выгодно отличает ее от других видов искусства. Музыкальное произведение отражает действительность отвлеченно от точного изображения ее конкретных внешних признаков. Музыка в определенном смысле относится к выразительным, а не к изобразительным видам искусства. Это обстоятельство, по-видимому, и облегчает моделирование музыкальных сочинений на ЭВМ.

Основным, главным элементом любого музыкального произведения является *мелодия* – одноголосное выражение музыкальной мысли. В музыке именно при сочинении или восприятии мелодии наиболее наглядно и полно проявляется работа механизма интуиции подражания, узнавания или распознавания определенного типа композиций. Получение результата при этом не требует знания структуры (синтаксиса) сочинений и основано лишь на интуиции (в частности, при сочинении – на интуитивном подражании). Это относится и к узнаванию темы в музыкальной вариации. Так, при прослушивании вариаций мы, вообще говоря, довольно свободно выделяем из них тему и ощущаем как сходство, так и различия темы и вариации. Восприятие осуществляется сразу на разных уровнях: крупным планом (выделение и узнавание темы в вариации) и в деталях (фактура вариации, отклонения от темы, украшения и т. п.).

Транспозиция инвариантных отношений проявляется в различных приемах вариационного развития музыкального сочинения и способствует тому, что при восприятии на слух сохраняется впечатление первоначальной музыкальной

темы, ощущается постоянная связь с ней. И это происходит несмотря на изменение музыкального размера, ритма, ладотональности и других элементов и даже самой мелодической линии. В то же время изменение некоторых (или даже одного) элементов при полном сохранении других сторон изменяют



Рис. 2 (а) Ф. Шопен — Мазурка; б) П. Чайковский — Баркарола).

мелодию до неузнаваемости. Простейшим примером служит гамма с различными ритмическими оформлениями. На рис. 2 приведены два отрывка мелодий с одинаковым гаммообразным восходящим движением, но с разными метротипами, что совершенно меняет характер звучания мелодий.

Более сложный пример — заимствование и трансформация профессиональными композиторами какой-нибудь известной мелодии, чаще — народной песни. По-видимому, этот процесс может быть как сознательным, так и неосознанным. Один из наиболее ярких примеров такого рода — сочинение П. И. Чайковским темы „рококо“ для своих знаменитых виолончельных вариаций. Немецкий музыкальный критик Р. Штейн в монографии [3] приводит следующий разговор между композитором и его другом виолончелистом В. Фигценгагеном: „Знаешь ли ты, что такое рококо?“ — спросил однажды Петр Ильич. Фигценгаген кивнул головой. Пауза. „Я думаю, — сказал Чайковский, — это легкая безмятежная радость (schwebende Heiterkeit) ...“, и он напел про себя небольшую мелодию вроде гавота. (Цитируется по книге [4].)

Поразительные ассоциации — „легкая безмятежная радость“: ведь в сознании композитора в это время перевоплощалась в стиле рококо мелодия легкой, безмятежно-раздольной русской народной песни „Вдоль по Питерской“. В том, что тема „рококо“ возникла из мелодии народной песни, можно убедиться при визуальном сравнении этих мелодий: на рис. 3 видно совпадение



Рис. 3 (а) Вдоль по Питерской; б) тема Рококо).

* Любопытно, что ни исследователи творчества Чайковского, ни сам композитор нигде не сообщают о том, что тема „рококо“ имеет прототип — мелодию песни „Вдоль по Питерской“. Мое внимание на этот факт обратил А. А. Волдин.

высот нот, отмеченных волнистой линией, и ритмических акцентов. Но то, что видят глаз, не всегда слышит ухо — и при прослушивании этих двух мелодий не легко уловить их сходство, так как оно маскируется неинвариантными элементами.

3. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ АЛГОРИТМИЗАЦИИ

В этой работе моделирование вариаций на ЭВМ производится с использованием метода алгоритмизации, описанного, например, в книге [1]. Для справок приведем необходимые сведения.

1. Для дальнейшего изложения нам понадобится представление об иерархичности. Будем различать *иерархию понятий* и *иерархию уровней определения понятий*.

Иерархия понятий заключается в многоступенчатости понятий, в том, что некоторое понятие p может быть выражено (определенено) через другие, синтаксически более простые понятия, и между ними могут быть установлены ассоциативные связи, указывающие свойства понятия p .

Поясним теперь выражения, относящиеся к иерархии уровней определения понятий. Для этого введем в рассмотрение некоторое (исходное) множество понятий p_0 , настолько бесспорных, очевидных и однозначных, что они не нуждаются в определениях. Назовем эти понятия элементарными. Допустим, что какое-то более сложное (не элементарное) понятие p_n выражается (или определяется) через другие понятия, *каждое* из которых можно выразить через элементарные понятия. Тогда будем говорить, что p_n — это понятие „низшего“ уровня определений иерархического ряда. В этом случае между p_n и элементарными понятиями p_0 можно установить определенные ассоциативные связи.

Теперь представим себе случай, когда сложное понятие p_n выражается через другие понятия, из которых *не все* выражены через элементарные. В этом случае отсутствуют ассоциативные связи между p_n и элементарными понятиями p_0 . Такое понятие p_n будем называть понятием более „высокого“ уровня определений иерархического ряда, чем p_n . Практически это означает, что понятия p_n понимаются произвольно. Каждый субъект, может быть, неосознанно строит какую-то систему ассоциативных связей. Вследствие этого одному и тому же слову (или знаку), обозначающему какое-то понятие, разные лица могут придавать и различный смысл, так как каждый субъект порождает разные ассоциативные связи. По-видимому, в этом кроется причина *разнобоя в терминологии*, когда при отсутствии точных определений в одни и те же слова вкладываются разный смысл.

„Высокие“ уровни определения понятий приняты в системах знаний или деятельности, не использующих точные методы исследования, например, в традиционной психологии, музыковедении, литературоведении и др. „Высший“ уровень — это уровень общих ассоциаций, когда понятия не определя-

- 406 ются, применяется в художественном творчестве. Противоположный ему – „низший“ уровень определений, или уровень формальных определений, принят в математике.

Разумеется, не всегда нужно понятия описывать „низшим“ уровнем определений – для житейских потребностей наш обиходный, естественный язык „на уровне общих ассоциаций“ нас вполне устраивает, несмотря на неоднозначность, зато он не требует громоздких построений ассоциативных связей „низшего“ уровня. Да и не всегда это возможно – причина может заключаться и в самой природе системы знаний или деятельности. Например, невозможность такого описания в некотором замкнутом множестве элементарных понятий можно объяснить и знаменитой теоремой Гёделя о неполноте.

2. Способ организации алгоритма основан на принципе иерархичности различных понятий музыки. Рассмотрим некоторые определения.

Любая музыкальная композиция характеризуется (как в синтаксическом, так и в семантическом отношении) некоторым набором *параметров*, отражающих правила, закономерности и элементы строения и развития музыкального сочинения. Примеры параметров: диапазон мелодии, тектовый размер, количество ступеней в октаве, закон случайного распределения интервалов и другие. Каждый параметр принимает по несколько значений. *Значение параметра* – это определенное число или числовая структура, конкретный закон распределения частот интервалов и т. п. из множества допустимых в программе. Под *типовом композиции* понимается определенный признак, особенность или качество музыки, присущие некоторой совокупности композиций (стиль, жанр, эмоциональная направленность и т. п.). Типом может быть „танцевальная музыка“, „вальс“, „вальс Штрауса“, „широкая“, „напевность“ и др. *Существенным параметром* для композиций некоторого типа \mathfrak{M}_m будем называть такой параметр θ_k , который в подавляющем большинстве композиций этого типа принимает лишь одно определенное значение $\theta_{k|m}$. Это $\theta_{k|m}$ будем называть существенным значением параметра θ_k . Параметры, не являющиеся существенными, будем называть *несущественными параметрами*. Таким образом, существенные значения параметров для \mathfrak{M}_m – это необходимые (с большой вероятностью) признаки композиций этого типа.

Рассмотрим теперь способ, положенный в основу организации алгоритма. Пусть

$$(3.1) \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{M}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k, \dots)$$

упорядоченный набор всевозможных параметров. Моделирование типа композиции основано на предположении, что любой тип композиции \mathfrak{M}_m характеризуется определенным набором значений параметров

$$(3.2) \quad \mathfrak{M}_m = \mathfrak{M}(\theta_{1|m}, \theta_{2|m}, \dots, \theta_{k|m}, \dots),$$

где несущественным параметрам отвечают нулевые значения.

В соответствии с этим для моделирования композиций определенного типа в определенные ячейки машинной памяти засыпаются соответствующие числа (коды значений параметров), которыми автоматически формируется программа. При этом из всех запрограммированных значений каждого параметра выбирается одно заданное. Если же значение (несущественного) параметра не задано, то при формировании программы оно выбирается случайным образом. Этим машине задается определенный перечень закономерностей, которым должна подчиняться получаемая композиция.

Отсюда видно, что в синтезировании очередной композиции участвуют не все запрограммированные правила, а лишь их часть, которая и указывается набором \mathfrak{M}_m , определяющим тип \mathfrak{N}_m композиции. Вместе с машинной композицией печатается и перечень закономерностей \mathfrak{M}_m , т. е. указывается ее структура. Это позволяет проводить различные психологические эксперименты, например, по восприятию музыки. На основе этого метода можно найти зависимость между структурой музыки и ее воздействием на эмоциональное состояние слушателя.

Иерархический принцип алгоритмизации позволяет моделировать понятия на разных уровнях сложности – как на „элементарном“, так и на „глобальном“ (моделирование иерархии понятий). Благодаря тому, что вместе с композицией печатается и набор \mathfrak{M}_m , можно установить формальное соответствие некоторого „глобального“ понятия, не предусмотренного заранее в программе, и совокупности элементарных запрограммированных понятий. Образование новых, более сложных понятий на „глобальном“ уровне, выражаемых определенными „связками“ или отношениями элементов, ассоциативными связями, необходимо при рассмотрении различных задач. Так, при разработке проблемы общения человека и машины в области музыки одной из важных является задача автоматического перевода неспециальных терминов языка музыколов, выражений обиходного, естественного языка „на уровне общих ассоциаций“, которые в музыке имеют некоторый (часто интуитивный и не всегда однозначный) смысл, к строго определенным элементарным понятиям музыки. Иначе говоря, это задача перевода выражений „высшего иерархического уровня“ на язык более „низкого“, формального уровня (моделирование „нижнего“ уровня определений).

3. Под *элементами мелодии* понимаются элементы ее синтаксической стороны. Внутренние связи между элементами мелодии, некоторые фиксированные значения элементов будем называть отношениями элементов. *Элементарным преобразованием* назовем такое изменение мелодии, при котором преобразуется лишь какой-то один элемент мелодии при сохранении всех остальных. Элемент мелодии, который изменяется посредством элементарного преобразования, назовем *трансформантой*.

Приведем примеры элементарных преобразований.

- 408
- а) Простое повторение (тождественное преобразование).
 - б) Изменение тактового размера (метра).
 - в) Изменение ритма с сохранением ритмических акцентов.
 - г) Орнаментальные украшения при сохранении опорных нот.
 - д) Секвенция — перенос мелодической фигуры по вертикали с сохранением внутренних интервальных отношений.
 - е) Знаковая секвенция — перенос последовательности знаков интервалов мелодической линии при сохранении опорных высот, когда величины интервалов, вообще говоря, меняются.
 - ж) Изменение лада (в пределах мажора — минора).
 - з) Изменение высоты звука в пределах гармонической функции.

Преобразованием мелодии K_0 в мелодию K_b будем называть такое изменение элементов K_0 посредством элементарных преобразований, при котором в K_b сохраняются отношения других элементов K_0 , или, иначе говоря, осуществляется перенос (транспозиция) отношений элементов. Эти неизменные элементы, или их отношения назовем *инвариантами* преобразования, а K_b — *вариацией* темы K_0 .

4. Вариация K_b на тему K_0 характеризуется тремя основными признаками: *инвариантами* I_b , *трансформантами* T_b , а также преобладанием некоторого элемента, специфичного для K_b — *константы* C_b . Если при восприятии на слух I_b сохраняют K_b впечатление темы и связь с ней, то T_b и C_b вносят разнообразие, новизну и, маскируя наличие в K_b инвариантов I_b темы K_0 , изменяют ее часто до неузнаваемости.

Построение вариации K_b на тему K_0 осуществляется алгоритмом при задании набора значений параметров $H_b = H(I_b, T_b, C_b)$, который включается в набор \mathfrak{M}_m , соответствующий моделируемому типу композиций (п. 2). При этом вследствие случайного разброса переменных элементов (интервалов, длительностей и др.) для одного и того же набора H_b различные экземпляры мелодий K_b будут отличаться друг от друга.

Для раскрытия закономерностей механизма транспозиции отношений необходимо выполнение следующих трех условий:

- а) Знание элементов I_b, T_b, C_b , при которых K_0 преобразуется в K_b .
- б) Наличие большого количества различных, разнообразных по типу мелодий K_0 и K_b для проведения массовых опытов по восприятию на слух.
- в) Эти мелодии не должны быть популярными, хорошо известными, чтобы не вызывать ненужных и даже вредных в таких опытах ассоциаций, связанных с восприятием знакомых мелодий. Восприятие мелодий должно происходить в одинаковых условиях. (Подобные вопросы рассматривались при проведении эксперимента по сравнительной оценке мелодий, сочиненных композиторами и машиной, с целью преодоления психологической установки (предвзятости) слушателей [1].)

Вряд ли можно подобрать мелодии, сочиненные человеком, которые бы удовлетворяли этим трем условиям. Машинные же мелодии, получающиеся указанным выше способом, им удовлетворяют. Так, вследствие принятой в работе системы алгоритмизации всякое изменение элементов или их перенос фиксируется набором \mathcal{M}_n , которым формируется программа и который печатается вместе с мелодией. Второе условие выполняется вполне, так как по „валу“ машина заменит любого, самого производительного композитора. Третье же условие выполняется автоматически.

4. ЭЛЕМЕНТЫ МЕЛОДИИ И ИХ КОДИРОВАНИЕ

Мелодия (тема K_0 или вариация K_n) представляет собой музыкальное сочинение в форме восьмитактового периода в натуральном мажоре или гармоническом миноре. Рассмотрим способы представления и кодирования мелодии и ее элементов.

1. *Длительности нот* σ кодируются следующим образом

$$(4.1) \quad \begin{array}{cccc} \text{♪} & \text{♪} & \text{♪.} & \text{♩} \\ \sigma = 1, & 2, & 3, & 4, \dots, \end{array}$$

т. е. значение кода σ соответствующей длительности пропорционально продолжительности ее звучания.

2. *Расстояние ноты* Σ от начала музыкального построения вводится для определения места ноты в тексте; измеряется в четвертях и отсчитывается от конца первого затакта периода, расстояние которого полагается равным нулю.

3. Номер *основной ступени звукоряда* обозначим через ω ($\omega = 1 - do$, $2 - re$, $3 - mi$, $4 - fa$, $5 - sol$, $6 - la$, $7 - si$), а номер *октавы* через θ ($\theta = 0 -$ малая октава, $1 -$ первая, и т. д.).

4. *Высота звука* W определяется номером октавы θ и основной ступенью звукоряда ω и представляется двузначным позиционным числом:

$$(4.2) \quad W = \theta\omega.$$

5. Каждая *нота* мелодии кодируется в виде

$$(4.3) \quad \Sigma\sigma\theta\omega\zeta,$$

где ζ – код знака альтерации ($\zeta = 0 -$ бекар, $4 -$ диэз, $2 -$ бемоль).

6. *Тактовый размер*, или *метр* вводится для организации музыкального ритма. В работе используются два типа тактового размера – $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{4}$, которые

410 кодируются следующим образом:

$$(4.4) \quad t = \frac{3}{4}, \quad t = \frac{4}{4}.$$

7. В настоящей работе используются два способа кодирования нотного текста: понотный M_n и потактовый M_t . Каждый из них применяется на разных этапах преобразования мелодии.

Понотный способ заключается в том, что мелодия записывается в виде последовательности нот, закодированных числами (4.3). Он удобен при тех преобразованиях, в которых первоначальное количество нот не меняется: между данными нотами не вклиниваются другие ноты, и отдельные ноты не удаляются (например, изменение тактового размера, знаковая секвенция, изменение лада или длительностей нот и другие).

Потактовый способ заключается в том, что каждый такт мелодии кодируется в виде матрицы $\|W_{kj}\|$, состоящей в зависимости от метра из трех или четырех колонок — по числу t долей в такте. Здесь j ($j = 1, 2, \dots, t$) — номер колонки и четверти в такте; k ($k = 1, 2, 3, 4$) — номер строки и шестнадцатой в четверти, поскольку шестнадцатая — наименьшая допустимая длительность; $W_{kj} \neq 0$ — высота W звука k -й четверти j -й доли такта; $W_{kj} = 0$ означает, что $k + 4 \cdot (j - 1)$ -я шестнадцатая в такте залигована с предыдущей, т. е. на нее продлено звучание предыдущей шестнадцатой. Каждый звук продолжается до ближайшей шестнадцатой с ненулевым значением W_{kj} . При кодировании длительностей и ритма без указания высот вместо значения W записывается признак начала длительности.

Способ M_t представляет собой наглядную запись одного такта мелодии. Он удобен при тех преобразованиях, в которых происходит изменение первоначального количества нот (различные фигурации и т. п.).

8. В способе M_t при кодировании ноты добавим еще одну координату i , указывающую номер такта в мелодии ($i = 0, 1, \dots, 8$). В нулевом такте помещается затакт композиции. Таким образом, местоположение каждой ноты в мелодии однозначно определяется значением W_{ikj} .

Для иллюстрации записи способом M_t первые пять тактов (включая затакт) мелодии песни И. Дунаевского „Молодежная“, приведенной на рис. 4 в строке 9:

15	21	21	21	17	22	17	15	15	24	24	24	23	25	23	21	21
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	21	21	21	21	0	0	0	15	24	24	24	24	0	0	0	21
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

9. В принятой системе кодирования тройка чисел i, k, j ($i = 0, 1, \dots, 8$; $k = 1, 2, 3, 4$; $j = 1, 2, \dots, t$; $t = 3$ или 4) образует координатную метрическую сетку, на которую накладывается мелодия — ее ритм R как упорядоченная

последовательность длительностей и высоты W , отнесенные к этим длительностям. Шаг дискретности сетки равен длительности шестнадцатой. В соответствии с нотной записью или графическим представлением мелодической линии, ритм можно рассматривать как двумерный объект с координатами i, n , где n ($n = 1, 2, \dots, 4t$) — номер узла сетки в такте, $n = k + 4(j - 1)$.

10. Способ M_1 предусматривает лишь фиксирование начала каждой ноты в узле сетки, указывая продолжение звучания нулями в следующих узлах вплоть до начала следующей ноты. Чтобы знать высоты *в каждый момент времени* (в каждом узле), введем способ кодирования мелодии в виде „*непрерывной*“ линии высот с указанной дискретностью, подобно графическому представлению мелодической линии. Для этого во всех узлах метрической сетки, на которые продлевается высота W , вместо нулей записывается значение W . Таким образом, во всех узлах метрической сетки помещаются значения высоты, отличные от нуля, а вся мелодия записывается (M_1 -способом) одними шестнадцатыми. В соответствующем узле помещается признак начала ноты. Такое представление мелодии будем называть *рабочим видом*. На рис. 4 в нотной записи представлены мелодия русской народной песни „По Дону гуляет казак молодой“ (1 строка) и ее рабочий вид (2 строка).

11. Высота \tilde{W} образуется как алгебраическая сумма некоторой высоты W и интервала φ , знак которого „+“ или „-“ указывает движение ноты \tilde{W} вверх или вниз относительно W . Иначе говоря,

$$(4.5) \quad \tilde{W} = W \oplus \varphi.$$

Отсюда следует, что *интервал* φ определяется количеством ступеней между высотами двух соседних нот \tilde{W} и W . Значение интервала вычисляется по формуле

$$(4.6) \quad \varphi = \tilde{W} \ominus W.$$

Интервалы кодируются так: $\varphi = 0$ — прима, 1 — секунда, 2 — терция, 3 — квarta, 4 — квинта, 5 — сексста, 6 — септима, 7 — октава и т. д.

Операции сложения \oplus и *вычитания* \ominus несколько отличаются от обычных операций сложения и вычитания чисел в десятичной или иной системе счисления, что обусловлено принятой в работе системой кодирования (см. определение этих операций в [1]).

5. ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ ВАРЬИРОВАНИЯ МЕЛОДИИ

Преобразование темы K_0 в вариацию K_b сводится согласно п. 4 § 3 к *трем основным операциям*: переносу инвариантов I_0 из K_0 в K_b , изменению элементов T_b и формированию в K_b констант C_b . Рассмотрим некоторые из предусмотренных в алгоритме принципов варьирования мелодии, реализующих эти

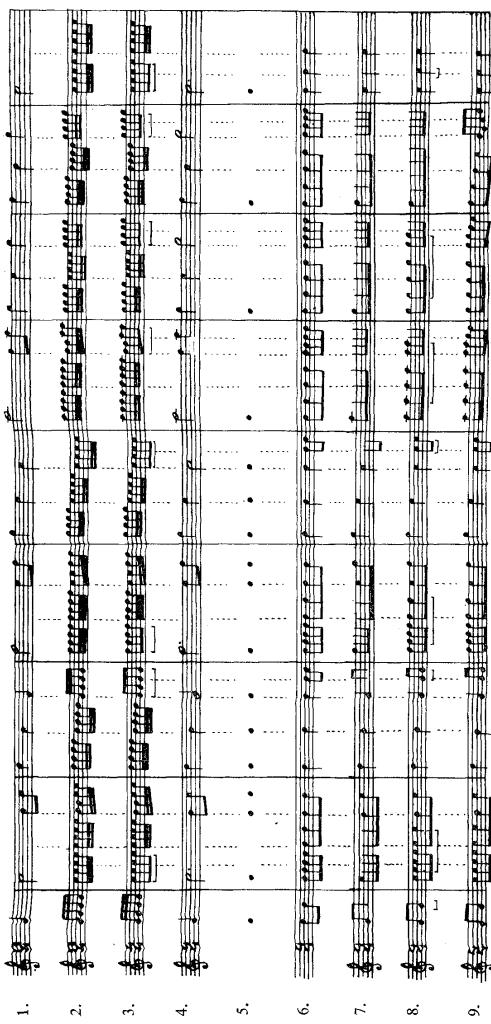


FIG. 4.

операции. Изложение иллюстрируется результатами промежуточных этапов преобразования мелодии „По Дону ...“ (рис. 4).

1. Преобразование метра, или *метропреобразование* – это преобразование тактового размера, точнее – метроритма. Оно заключается в том, что каждый такт метрической сетки размера t_0 преобразуется в такт сетки размера t_b искомой вариации ($t_b \neq t_0$). При этом изменяется длина тех или иных долей такта: одни сокращаются, другие остаются неизменными, а третьи растягиваются. Это вызвано тем, что при преобразовании метра $3/4$ в метр $4/4$ три четверти первого метра должны растянуться на четыре четверти второго, а при преобразовании метра $4/4$ в $3/4$ четыре четверти свертываются в три.

Вводится *структура метропреобразования*

$$(5.1) \quad S_{mn} = s_0 s_1 \dots s_i \dots s_8 ,$$

которая предусматривает разные варианты преобразования метра в разных тактах мелодии. Номер s ($s = 1, 2, 3$) показывает, что s -я четверть такта метра $3/4$ ($t_0 = 3$) растягивается на s и $s + 1$ четверти такта метра $4/4$, а при $t_0 = 4$ s и $s + 1$ четверти метра $4/4$ свертываются в s -ю четверть метра $3/4$.

Поскольку фиксированный ритм наложен на сетку определенного метра, то при метропреобразовании деформируется и ритм: одни длительности остаются неизменными, и другие делаются короче или длиннее. Для преобразования метра мелодия представляется в рабочем виде.

На 3 строке рис. 4 показан результат преобразования метрической сетки размера $3/4$ (2 строка) в сетку размера $4/4$. В этом случае структура $S_{mn} = 1\ 1313\ 3331$. Скобками отмечены деформированные доли такта. В 4-й строке рис. 4 в размере $4/4$ записана мелодия K'_0 – результат метропреобразования исходной темы K_0 размера $3/4$.

Метропреобразование предусмотрено и в случае $t_b = t_0$.

2. Ритм R_b искомой вариации K_b формируется одним из трех способов, предусмотренных алгоритмом:

а) R_b совпадает с ритмом R_0 темы при $t_b = t_0$. В этом случае варьирование мелодии K_0 сводится к преобразованию звуковысотной линии.

б) R_b получается в результате деформации ритма R_0 , например, посредством метропреобразования.

в) R_b представляет собой готовый ритм, введенный извне посредством определенного способа кодирования. На рис. 4 в строке 6 показан ритм R_b , введенный в соответствии с этим способом.

3. Выбор стержневых нот и присвоение им признака СТ производится для последующего переноса инвариантов звуковысотной линии мелодии K_0 на ритм R_b . Предусмотрены различные принципы выбора СТ-нот:

а) СТ — это ноты либо мелодии K_0 , либо ритма R_b . Самая первая и самая последняя ноты R_b всегда отмечаются признаком СТ.

б) СТ — это сильная, 1-я нота каждого такта; первая нота каждой доли такта; ноты, образующие последовательность „затакт — сильная доля“; ноты первых p четвертей такта ($p < t$); и другие способы.

При получении одной и той же вариации СТ могут выбираться в разных частях мелодии разными способами. Так, в строке 5 рис. 4 показаны СТ, присвоенные нотам мелодии K_0 : в первых тактах ($i = 0, 1, 2, 3, 4$) признаком СТ отмечены все ноты K_0 , а в каждом из остальных тактов — лишь первая нота.

4. *Вертикальный перенос инвариантов* мелодической линии темы K_0 в вариацию K_b — основной этап варьирования. К этому этапу K_b представлена своим ритмом R_b , а тема K_0 приведена к рабочему виду и метропреобразована, имея вид K'_0 . Кроме того, по определенному принципу в K_0 или R_b выбраны стержневые ноты.

Под вертикальным переносом понимается следующая операция (рис. 5).

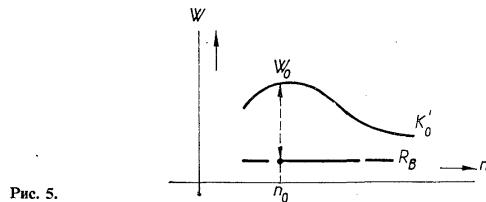


Рис. 5.

Пусть K_0 — мелодическая линия темы, непрерывная в смысле п. 10 § 4; n_0 — координата начала некоторой длительности ритма R_b . На K_0 вследствие ее непрерывности любой точке n_0 отвечает определенная высота W_0 . Вертикальный перенос заключается в том, что некоторой длительности ритма R_b с координатой начала n_0 присваивается высота W_0 из K_0 , имеющая ту же координату.

Рассмотрим способы вертикального переноса, реализуемые алгоритмом в зависимости от принципа выбора стержневых нот.

а) Признак СТ присвоен нотам ритма R_b . В этом случае для каждой длительности ритма R_b с координатой начала n_0 всегда найдется в мелодической линии K_0 определенная высота W_0 , имеющая ту же координату n_0 . Значение W_0 засыпается в узел метрической сетки ритма R_b с координатой n_0 . Схематически это показано на рис. 5.

б) Признак СТ присвоен нотам мелодии K_0 . В этом случае высоты нот K_0 переносятся на соответствующие длительности ритма R_b . Рассмотрим два возможных случая.

Случай б1. Для длительности ритма R_0 мелодии K_0 с координатой начала n_0 существует длительность ритма R_b с той же координатой начала n_0 (см. рис. 6а). Тогда высота W_0 мелодии K_0 с ритмом R_0 из узла сетки с координатой n_0 переносится в узел сетки ритма R_b с той же координатой. Это условие выполняется автоматически для всех длительностей ритма R_b , если он представляет собой простое дробление ритма R_0 , т. е. если ритм R_b есть результат того, что каждая длительность из R_0 делится на n ($n = 1, 2, \dots$) частей. Именно такой случай ритма представлен в строке б рис. 4.

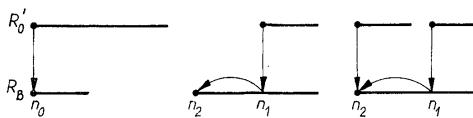


Рис. 6.

а)

б)

в)

Случай б2. Для длительности ритма R_0 с высотой W_0 и координатой начала n_1 не существует длительности в ритме R_b с той же координатой начала. В этом случае всегда имеется длительность ритма R_b с координатой начала n_2 , удовлетворяющей условиям: 1) $n_2 < n_1$ и 2) нет такого значения n_3 ($n_2 < n_3 < n_1$), которое было бы координатой начала другой длительности из R_b . На рис. 6б схематически изображено действие, выполняющееся в этом случае. Практически перенос высоты W_0 происходит в узел сетки ритма R_b с координатой n_2 , если этот узел уже не заполнен какой-то высотой W_1 , вообще говоря, отличной от W_0 (см. рис. 6в).

Примечание. Условие случая б2 выполняется всегда, за исключением, может быть, затаакта, для которого предусмотрены другие правила.

В результате вертикального переноса длительности ритма R_b , определенные нотами СТ, приобретают значения W_{cr} из K_0 , отвечающие стержневым нотам. При этом в R_b между двумя ближайшими нотами с высотами W_1 и W_2 (если это не соседние ноты ритма) оказываются ноты без присвоенных значений высоты. Назовем их *межвысотными*.

5. Операцию присвоения высот межвысотным нотам назовем *заполнением интервала между инвариантными высотами*. Введем обозначения.

Пусть m — количество межвысотных нот ритма R_b между ближайшими высотами W_1 и W_2 ; интервал между ними $\varphi = W_2 \ominus W_1$, где \ominus — знак операции вычитания (см. п. 11 § 4); $q = |\varphi|$; искомая последовательность высот межвысотных нот имеет вид

$$(5.2) \quad W_1 \equiv W_{10}, W_{11}, \dots, W_{1B-1}, W_{1B}, \dots, W_{1m}, W_{1m+1} \equiv W_2;$$

интервал $\varphi_B = W_{1B} \ominus W_{1B-1}$, $B = 1, 2, \dots, m + 1$.

$$(5.3) \quad \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_b, \dots, \varphi_{m+1}.$$

Мелодические фигуры (5.2), заключенные между инвариантными высотами W_1 и W_2 , могут быть самыми различными, поскольку они не определяются инвариантами исходной мелодии. Их выбор (а следовательно, выбор интервалов (5.3)) может при некоторых условиях (о них будет сказано дальше) влиять на образование констант C_b вариации K_b , в большей или меньшей степени маскируя наличие инвариантов в K_b .

В зависимости от величин, присваиваемых интервалам (5.3), рассмотрим два способа заполнения.

1° $\varphi_b = 0$ и, следовательно, $W_{1b} = W_1$ для всех номеров $b = 1, 2, \dots, r$; $r \leq m$. Здесь r — некоторое значение, которое определяется из дополнительных условий, в частности, в зависимости от некоторой константы C_b ; например, r — количество нот, содержащихся в первых h долях такта, где $h = t_b$ или $t_b - 1$. При $r < m$ высоты присваиваются не всем m нотам последовательности (5.2), а лишь первым r из них; остальные межвысотные ноты заполняются на следующем этапе, вообще говоря, уже другим способом.

Так, в 8 строке рис. 4 заполнение способом 1° отмечено скобками. Во всех тахтах, кроме 5, 6, 7, $r = m$, а в 5 и 6 — $h = 3$ ($r < m$). В 1, 3, 5 и 6 тахтах образуется константа вариации — четырехкратное проведение мелодической фигуры, представляющей собой 1) последовательность одновысотных нот, 2) расположенных в первых трех долях такта.

2° $\varphi_b \neq 0$, откуда следует $W_{1b} \neq W_{1b-1}$ для всех $b = 1, 2, \dots, m + 1$. Очевидно, что заполнение, удовлетворяющее последней системе неравенств, можно осуществить различными приемами.* В алгоритме способ 2° реализован при двух дополнительных условиях:

- 1) Интервалы φ_b выбираются наименьшими из возможных.
- 2) Число перемен направления движения искомых высот (5.2) должно быть минимальным.

Задача заключается в разбиении интервала q на $m + 1$ частей (интервалов φ_b) так, чтобы удовлетворялись эти два условия.

Рассмотрим два возможных случая.

* Удивительно, что даже интересные мелодические обороты в известных мелодиях подчиняются весьма простым математическим формулам. Это подтвердилось и при машинном синтезировании вариации на мелодию русской народной песни „По Дону гуляет“ (рис. 4). Вариация (9 строка) совпадает с мелодией песни Дунаевского „Молодежная“ во всех нотах, кроме одной — первой ноты последнего такта. У Дунаевского на этом месте *ре* служит задержанием — элементом, опирающимся на гармонию. Полного совпадения не получилось потому, что гармоническая структура не была введена в программу.

a) $m < q$, т. е. число $m + 1$ интервалов не превышает числа ступеней q между W_1 и W_2 . Из однозначного представления 417

$$(5.4) \quad q = (m + 1)f + d, \quad 0 \leq d < m + 1,$$

по известным q и m находим целые f и d . Способ определения значений φ_b последовательности (5.3) заключается в следующем.

Из (5.4) следует, что интервал q разбивается на $m + 1$ отрезков величиной в f ступеней и остаток в d ступеней. Поскольку $d < m + 1$, то d интервалов полагаем равными $f + 1$, а оставшиеся — f . Присваивая найденным значениям знак $\text{sign } \varphi$, располагаем их в последовательность (5.3). Схему заполнения см. на рис. 7а.

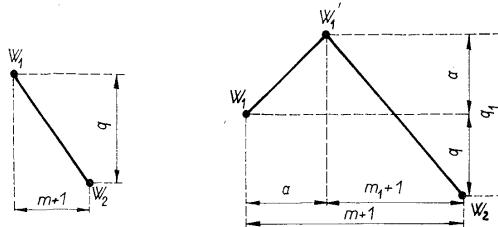


Рис. 7.

а)

б)

При $d = 0$ все интервалы φ_b равны f и расположение их в (5.3) однозначно (см. 4 такт вариации K_1 на рис. 8). При $d \neq 0$ это делается разными способами — указанные d интервалов $f + 1$ можно расположить либо в начале последовательности, либо в ее конце, либо перемешивая их случайным образом с оставшимися интервалами. Этим достигается мелодическое разнообразие. Однако для образования константы, основанной на заполнении, способ заполнения должен быть одним и тем же, чтобы обеспечить повторность одной и той же мелодической фигуры.

б) $m \geq q$, т. е. число $m + 1$ интервалов φ_b больше величины интервала q . Поэтому движение всех нот W_{1b} из (5.2) в одном направлении невозможно, даже если все значения φ_b выбрать наименьшими. Чтобы удовлетворить условиям 1) и 2), перенесем часть нот W'_1 с наименьшими интервалами (в поступенном движении) в направлении, противоположном движению от W_1 к W_2 . Тогда остальные ноты будут заполнять уже новый интервал (больший, чем q) в соответствии со случаем а) (см. схему заполнения в этом случае на рис. 7б).

418

Обозначим $a = [(m - q + 2)/2]$, где $[y]$ — целая часть числа y . Первые a нот последовательности (5.2) перенесем от W_1 к W_1 в поступенном движении (т. е. с интервалами, равными 1) в противоположную сторону от W_2 , т. е. со знаком $-\text{sign } \varphi$. Иначе говоря,

$$W_{1b} = W_{1b-1} \oplus \varphi_b, \quad \text{где } \varphi_b = -1 \text{ sign } \varphi; \quad b = 1, 2, \dots, a;$$

\oplus — знак операции сложения. Оставшиеся $m_1 = m - a$ нот (5.2) заполняют уже интервал $q_1 = q + a$ между W'_1 и W_2 в соответствии с процедурой случая а), поскольку $m_1 < q_1$. Справедливость последнего неравенства вытекает из соотношения $n/2 \leq [(n+1)/2]$, где n — целое неотрицательное.



Рис. 8.

Разнообразие мелодических фигур, получающихся при заполнении этим способом, достигается тем, что указанные a интервалов можно расположить и в конце последовательности (5.3).

Последний прием использован в 7 такте вариации при заполнении интервала между высотами фа и до (строка 9 рис. 4). На этом примере проиллюстрируем только что рассмотренный способ заполнения. Из 8-й строки имеем: $W_1 = 24$, $W_2 = 21$, $m = 7$, $\varphi = 21 - 24 = -3$, $q = |-3| = 3$. Поскольку $m > q$, рассмотрим случай 2°б). Находим значение $a = [(m - q + 2)/2] = [(7 - 3 + 2)/2] = 3$, откуда $m_1 = m - a = 4$, $q_1 = q + a = 6$. Далее в соответствии со способом 2°б) переходим к процедуре отыскания интервалов способом 2°а), поскольку $m_1 < q_1$ ($4 < 6$). Формула (5.4) приобретает вид

$$(5.5) \quad q_1 = (m_1 + 1) \cdot f + d.$$

Подставляя в нее значения m_1 и q_1 , получаем $6 = 5 \cdot f + d$, откуда $f = 1$, $d = 1$. Отсюда последовательность $m + 1 = 8$ интервалов (5.3) располагается следующим образом:

$$\underbrace{+1, +1, +1}_{a}, \underbrace{-2, -1, -1, -1}_{d}, \underbrace{-1, -1, -1}_{m_1 + 1 - d}.$$

$$(5.6) \quad -1, -1, -1, -1, -2, +1, +1, +1.$$

Искомую последовательность высот (5.2) получаем по формуле $W_{1_b} = W_{1_b-1} \oplus \oplus \varphi_b$, $b = 1, 2, \dots, 8$, где φ_b — интервалы (5.3); для (5.6) она имеет вид: 24, 23, 22, 21, 17, 15, 16, 17, 21 (строка 9, такт 7).

Это заполнение явилось реализацией второй константы со свойствами: 1) движение снизу вверх 2) двух соседних нот, разделенных тактовой чертой. Она появилась на границе 1–2 и 3–4 тактов в качестве инварианта и повторилась при заполнении оставшихся межвысотных нот в 5, 6 и 7 тактах (отмечено скобками в 9 строке рис. 4).

6. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

В соответствии с описанным алгоритмом на языке АЛГОЛ-60 составлена схема программы, реализованная на машине БЭСМ-6 Вычислительного Центра АН СССР. Программа составлена согласно принципу п. 2 § 3, позволяющему задавать набор значений параметров M_m в виде определенной последовательности чисел. Благодаря этому из множества всех запрограммированных выделяются те средства и закономерности композиции, которые используются в данной вариации и определяют принадлежность ее к определенному композиционному классу. Например, тип опорных нот в знаковой секвенции, структура метропреобразования, способ выбора стержневых нот W_{cr} или заполнения интервала между ними и т. д. При вводе несущественного параметра его „рабочее“ значение, в соответствии с которым формируется программа, выбирается случайным образом. Набором M_m определяются элементы I_0 , T_b , C_b , характерные для вариации.

Входной информацией для получения вариации K_b служит тема K_0 , а при сочинении K_b определенного типа еще и набор M_m и, возможно, ритм R_b вариации. Мелодия K_0 вводится в виде последовательности чисел (4.3), ее обработка производится в До мажоре. Ритм R_b задается закодированной последовательностью длительностей, которая после ввода в машину кодируется M_r -способом. Результат печатается в таком порядке: тема K_0 , вариация K_b в мажоре и миноре, записанные M_r -способом, а также наборы значений параметров M_m — начальный и рабочий.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Моделирование на ЭВМ — объективный метод подтверждения гипотез о закономерностях изучаемых процессов или объектов. Это наглядно показано при сочинении машиной мелодии, совпадающей с мелодией Дунаевского. При

420

сочинении „Молодежной“ машина находилась в одинаковых условиях с композитором: в обоих случаях были заданы тема K_0 и песенный ритм R_B , который в свою очередь определялся стихотворным ритмом заданного стихотворения; требовалось сочинить новую мелодию (точнее, мелодическую линию) для заданного ритма, которая была бы вариацией заданной темы K_0 . Синтезирование на ЭВМ этой мелодии подтвердило наши предположения о характере связей ее с первоначальной темой, о способе преобразования темы в мелодию „Молодежной“, а также о механизме порождения мелодий такой синтаксической структуры. Ведь только благодаря этому и могла получиться машинная мелодия, совпадающая с заранее известной мелодией.

При синтезировании на ЭВМ известных мелодий, которые на самом деле являются вариациями других мелодий, восстанавливается механизм преобразования первоначальной мелодии в вариацию. Так, описанный выше метод моделирования позволяет получить промежуточные результаты последовательных этапов варьирования темы. Благодаря этому видно (см. рис. 4), как композитор, сочиняя „Молодежную“, трансформировал исходную мелодию и отбирал искомую вариацию из разных возможных вариантов, подчиняя ее требованиям *массовой* песни. Одним из таких требований является *повторность*, или многократное проведение некоторой мелодической или ритмической фигуры, расположенной на определенных долях такта.

Повторность (точная или видоизмененная) является закономерностью структуры и всегда встречается в различных мелодиях. Смысл этого заключается в том, что наш слух воспринимает новое лишь в сопоставлении со старым и поэтому для лучшего усвоения, запоминания требует периодического повторения каких-либо интонаций, напевов. Кроме того, повторность, особенно видоизмененная, служит важным фактором развития мелодии, усиливая впечатление движения, динаминости. Принцип повторности встречается не только в музыке. Так в разговоре, чтобы выделить какое-то важное слово, мы часто повторяем его (точная повторность). Одну и ту же мысль можно выразить сначала одним предложением, а затем, подчеркивая ее важность, — другим (видоизмененная повторность). Повторность — необходимое свойство константы. Константа придает вариации характерную особенность, определенное „лицо“, отличая ее от других вариаций (с другими константами). Кроме того, как маскирующий элемент константа влияет на степень сходства вариации и темы при их восприятии на слух. Эти положения проиллюстрируем двумя машинными вариациями K_1 и K_2 мелодии K_0 песни „Чижик-пыхик“ (рис. 8).

Каждая половинная нота темы K_0 дробится в K_1 и K_2 на квартоли. Высота W_1 первой ноты квартоли совпадает с высотой ноты, расположенной в K_0 на таком же расстоянии, что и квартоль. Остальные высоты квартоли расположены в K_1 и K_2 по-разному, в соответствии со способами заполнения п. 5 § 5: в K_1 — способом $2^\circ b$, а в K_2 — способом 1° . Это и образует две различные константы, характеризующиеся тем, что в K_1 соотношение высот квартоли выражается

неравенствами $W_b \neq W_{b-1}$, а в K_2 – равенствами $W_b = W_1$, где $b = 2, 3, 4$. Отличаясь лишь этими константами, при прослушивании K_1 и K_2 резко отличаются друг от друга характером звучания и степенью сходства с темой K_0 . В связи с этим интересно отметить следующее. „Чижик-пыхик“ – самая популярная из мелодий русских народных песен, а орнаментальная вариация – наиболее простой вид вариаций. Однако в орнаментальной вариации K_1 трудно услышать тему K_0 , что подтверждается результатами экспериментов по восприятию на слух мелодии K_1 в разных аудиториях, даже с высоким (профессиональным) уровнем музыкальной подготовленности. При прослушивании же вариации K_2 ее сходство с K_0 улавливается сразу.

Таким образом, моделирование на ЭВМ, как метод подтверждения гипотез, позволяет вскрыть закономерности, которые композитор в своем творчестве использует интуитивно, неосознанно. Следовательно, моделирование музыкальных сочинений на ЭВМ представляется новым и наиболее перспективным объективным методом теории музыки.

(Поступила в редакцию 21 февраля 1973 г.)

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Р. Х. Зарипов: Кибернетика и музыка. Изд. „Наука“, Москва 1971.
- [2] С. Л. Рубинштейн: Основы психологии. Москва 1935.
- [3] R. H. Stein. Tschaikowski. DVA, Stuttgart 1927.
- [4] А. Булляковский: Симфоническая музыка П. И. Чайковского. Ленинград 1935.

Рудольф Зарипов, кандидат физико-математических наук; Институт психологии АН СССР, проспект Маркса 20, Москва К-9. СССР.