KYBERNETIKA — VOLUME 7 (1971), NUMÉRO 4

A propos du choix aléatoire des réponses justes et de la réussite de l'examen programmé

ALEŠ ŠATÁNEK, HELENA HUBÁLOVSKÁ

Les auteurs de l'article donné s'occupent de la question du choix aléatoire au cours de l'examen programmé et ils s'occupent du problème de la réussite de l'examen.

En connexion avec le perfectionnement des adultes on applique les examens programmés qui examinent, d'une façon expérimentale et complémentaire les connaissances des auditeurs des spécialisations choissies. Il y en est ainsi par exemple au cours des „attestations" examens où les médecins, s'ils les passent avec succès, deviennent médecins – spécialistes [1]. Autrement les examens programmés servent à mesurer les connaissances des auditeurs au commencement du cours et à sa fin. Mais les examens programmés offrent aussi d'autres informations, appliquées dans les circonstances différentes [2] et d'habitude ils sont réalisés par l'intermédiaire de la technique „papier et crayon" ou par l'intermédiaire des machines. On utilise les réponses de choix de cette manière que l'on offre plusieurs réponses possibles à chaque question et l'auditeur choisit la juste d'après son opinion [3].

Au cours de l'examination programmée l'auditeur doit répondre n questions de cette façon qu'il choissit une seule des réponses offertes. En analysant les résultats des examens programmés nous ne nous intéressons pas seulement au nombre des réponses justes mais aussi aux voies mentales par lesquelles passe le raisonnement des auditeurs. En classifiant les résultats l'objet de notre intérêt furent les questions suivantes:

I. Avec quelle certitude l'auditeur doit répondre les questions individuelles.

II. Combien de questions l'auditeur doit répondre avec justesse pour passer l'examen avec succès.

III. Combien de questions l'auditeur peut répondre avec justesse sans connaître la réponse juste, ce qui est le problème si un auditeur choisissant les réponses aléatoirement peut réussir l'examen.

Pourque l'auditeur passe l'examen il devrait répondre au moins disons avec la certitude de 80% c'est-à-dire la probabilité de la réponse juste doit être $p = 0{,}8$.

Cette probabilité est établie du point de vue psychologique et à la base de l'expérience. Il est sûr que le choix de p peut devenir l'objet de la discussion car il permet à l'auditeur qui n'est pas bien préparé de passer l'examen. Nous verrons que le choix de p influencera même la réponse aux questions deuxième et troisième.

La réponse à la deuxième question est maintenant une affaire nettement mathématique. En résolvant le problème donné nous prenons en considération les faits suivants: à chaque question ayant k réponses offertes l'examiné répondra avec justesse avec la probabilité p (et avec la probabilité $1 - p$ il choissira une des réponses pas justes), c'est-à-dire nous supposons que la probabilité fondamentale p de la présence de la réponse juste reste constante pour toutes les questions. La probabilité, que, dans ces conditions, il y aura m questions justes est donnée par $P(m) = \binom{n}{m} p^m(1 - p)^{n-m}$, c'est-à-dire par la distribution binomiale où la moyenne est $\bar{x} = np$ et la variance $\sigma^2 = npq$, où $q = 1 - p$.

Il est possible de substituer la distribution binomiale pour les grands n (par exemple $n > 30$) par la distribution normale $N(np; \sqrt{(npq)})$. La tâche est donc d'établir m_0 (la limite inférieure des réponses justes, que l'auditeur ne peut dépasser s'il veut réussir l'examen) de cette façon que $P\{m < m_0 \mid p\}$ soit petit, par exemple, 0,05 (ou 0,01), c'est-à-dire que l'auditeur répondant avec la certitude prescrite ne réussit pas l'examen avec la moindre probabilité (0,05). Il est possible de l'indiquer directement en prenant en considération les tableaux de la distribution binomiale pour $n \leqq 30$ (voir [5], page 346). En ce qui concerne $n > 30$ on prend en considération les tableaux de la distribution normale car, comme nous le savons bien, il est possible de trouver t de cette façon que

$$\mathsf{P}\{m < m_0 \mid p\} = \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{\sqrt{(npq)}\,\sqrt{(2\pi)}}\, \mathrm{e}^{-[(x-np)^2/2npq]}\, \mathrm{d}x\,.$$

La tâche suivante concerne l'établissement de la probabilité que l'auditeur répondant aléatoirement réussit l'examen, c'est-à-dire la réponse à la question troisième, ce qui est possible de décrire d'une façon mathématique: $\mathsf{P}\{m > m_0 \mid p = 1/k\}$, où k représente le nombre des réponses offertes pour un problème (d'habitude $k = 3, 4, 5$).

Nous ferons voir le calcul de m_0 pour l'étendue de 100 questions et pour le cas où l'auditeur répond avec la certitude de 90%. Pour les valeurs suivantes de n (pour $n > 30$) et de p nous n'indiquons que les résultats (voir le tableau 1). A ce tableau il y a même les intervalles des réponses justes pour les ensembles des questions $n \leqq 30$ et de différents p. La limite inférieure de l'intervalle était trouvée dans les tableaux [5]. Au tableau on a indiqué même la probabilité que l'auditeur choississant les réponses aléatoirement réussira.

Tableau 1.

Le nombre des questions dans un ensemble	L'auditeur répond avec la certitude de	L'intervalle pour les réponses justes	La probabilité que l'auditeur réussira quand son choix est nettement aléatoire est pour		
			$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$
100	80%	de 73 à 100	0	0	0
100	90%	de 85 à 100	0	0	0
100	95%	de 91 à 100	0	0	0
50	80%	de 35 à 50	0	0	0
50	90%	de 42 à 50	0	0	0
25	80%	de 17 à 25	0,00151	0,00005	0
25	90%	de 20 à 25	0,00002	0	0
25	95%	de 22 à 25	0	0	0
10	80%	de 6 à 10	0,08698	0,02686	0,00637
10	90%	de 7 à 10	0,02532	0,00573	0,00086

Les résultats sont indiqués pour $\alpha = 0{,}05$.

Le calcul pour $n = 100$ et $p = 0{,}9$

$$\bar{x} = np = 100 \,.\, 0{,}9 = 90\,,$$

$$\sigma^2 = npq = 100 \,.\, 0{,}9 \,.\, 0{,}1 = 9\,,$$

$$\sigma = 3\,,$$

$$x_{0,95} = \bar{x} \pm u_{0,95} \,.\, \sigma = 90 \pm 1{,}645 \,.\, 3 = 85{,}06\,.$$

L'intervalle pour les réponses justes pour l'ensemble de 100 questions en supposant que l'auditeur répond avec la certitude de 90% est de 85 à 100.

Plus loin nous nous occupons du problème combien de réponses l'auditeur peut répondre avec justesse aléatoirement. Le procédé du calcul (le modèle mathématique) est le même que dans la deuxième question. En calculant le nombre de réponses justes aléatoires nous avons supposé que chaque question, dans l'ensemble, a 3, 4 ou 5 réponses offertes, dont une seulement est juste. Le résumé des résultats pour $k = 4$ est indiqué dans le tableau 2.

Les résultats gagnés à la base des calculs statistiques étaient vérifiées par une expérience, faite pour l'ensemble de 100 questions dont chacune eut quatre réponses offertes (a, b, c, d). Pour que la supposition du choix aléatoire de la réponse juste soit assurée nous avons imposé aux examinés seulement lès numéro de classement (1 – 100) et, auprès de chaque numéro de classement les examinés ont indiqué une des quatre possibilités (a, b, c, d). L'expérience était réalisée avec deux ensembles de 100 individus, un ensemble étant composé de 100 médecins, l'autre de 100 enfants. Les résultats sont indiqués au tableau 3.

Tableau 2.

Nombre de questions n	L'intervalle pour les réponses justes aléatoires pour $\alpha = 0,05$
10	de 0 à 5
25	de 0 à 10
50	de 0 à 18
100	de 0 à 32

Tableau 3.

Nombre des réponses justes x_i	Fréquence des médecins n_{1i}	Fréquence des enfants n_{2i}	Fréquence totale n_i
12	1	—	1
13	—	—	—
14	1	—	1
15	—	3	3
16	2	1	3
17	4	7	11
18	3	5	8
19	1	8	9
20	7	5	12
21	4	5	9
22	7	4	11
23	6	8	14
24	19	14	33
25	11	6	17
26	8	4	12
27	9	4	13
28	4	10	14
29	5	7	12
30	2	2	4
31	4	2	6
32	2	3	5
33	—	—	—
34	—	1	1
35	—	—	—
36	—	1	1
Σ	100	100	200

Nous pouvons unir les deux ensemble, c'est-à-dire l'ensemble de 100 médecins (indiquons-le par index 1) et l'ensemble de 100 enfants (indiquons-le par index 2) dans un seul et calculer les caractéristiques:

$$\bar{x}_1 = 24{,}02\,, \quad \bar{x}_2 = 23{,}68\,, \quad \bar{x} = 23{,}85\,,$$
$$s_1 = 3{,}96\,, \quad s_2 = 4{,}65\,, \quad s = 4{,}31\,.$$

Du point de vue statistique il s'agit de la vérification de l'hypothèse nulle $p = \frac{1}{4}$ contre les hypothèses alternatives unilatérales $p > \frac{1}{4}$. Pour vérifier l'hypothèse indiquée nous utiliserons la moyenne des réponses justes, tirées de notre expérience. Quand $\bar{x}$ sera très différente de la moyenne nous supposerons que l'hypothèse ne sera pas juste et nous accepterons l'hypothèse $H_1 = p > \frac{1}{4}$. Formalement, nous décrirons le procédé vérifiant de cette manière: Quand $\bar{x} - \mu \geqq d$, nous accepterons l'hypothèse H_1 où $d = 1{,}64\sigma/\sqrt{n}$ pour $\alpha = 0{,}05$.

Pour notre exemple, nous obtiendrons les valeurs suivantes:

$$d_1 = \frac{1{,}64\,.\,3{,}96}{\sqrt{100}} = 0{,}649\,; \quad d_2 = \frac{1{,}64\,.\,4{,}65}{\sqrt{100}} = 0{,}763\,;$$
$$d = \frac{1{,}64\,.\,4{,}31}{\sqrt{200}}$$

car

$$\bar{x}_1 - \mu = 24{,}02 - 25 = -0{,}98\,,$$
$$\bar{x}_2 - \mu = 23{,}68 - 25 = -1{,}32\,,$$
$$\bar{x} - \mu = 23{,}85 - 25 = -1{,}15$$

est inférieur à la valeur donnée d_i nous pouvons prononcer cette conclusion. Il n'y a pas de raison pour refuser l'hypothèse H_0 que $p = \frac{1}{4}$ au niveau d'importance de 5%.

CONCLUSION

Des exemples donnés et de notre expérience il résulte qu'en connexion avec l'examen programmé il est nécessaire d'établir la limite minimale des réponses justes qui est nécessaire pour la réussite de l'examen. Pour que nous puissions résoudre ce problème mathématiquement nous avons pris pour l'issue la certitude minimale avec laquelle l'auditeur doit répondre et qui est établie d'avance.

La tâche suivante, c'est-à-dire d'établir la probabilité que l'auditeur choisissant ses réponses aléatoirement réussira l'examen est en connexion avec la tâche précédante. En calculant les réponses justes aléatoires nous prenons ce nombre pour la quantité aléatoire, caractérisiée par la moyenne arithmétique et par la variance. En prenant égard à ces caractéristiques numériques nous établissons l'intervalle où les réponses justes aléatoires meuvent.

(Reçu le 28. avril 1970.)

[1] Šatánek A.: Některé otázky programové výuky v postgraduální výchově lékařů a farmaceutů (Quelques problèmes de l'enseignement programmé dans le perfectionnement des médecins et des pharmaciens). Československé zdravotnictví *XVI* (1968), 3.

[2] Šatánek A.: Programovaná výuka při specializaci lékařů a v postgraduálním studiu (L'enseignement programmé au cours de la spécialisation des médecins et dans le perfectionnement). Lékařský obzor (1968), 17.

[3] Šatánek A.: Některé otázky programované výuky v postgraduálním studiu lékařů (Quelques problèmes de l'enseignement programmé dans le perfectionnement des médecins). Vysoká škola *XVI* (1968), 6.

[4] Молибог А. Г.: Программированное обучение (L'enseignement programmé). Высшая школа, Москва 1967.

[5] Большев И. В., Смирнов А. А.: Таблицы математической статистики (Les tableaux de la statistique mathématique). Наука, Москва 1965.

VÝTAH

K otázce náhodného výběru správných odpovědí a úspěchu při programovaných zkouškách

ALEŠ ŠATÁNEK, HELENA HUBÁLOVSKÁ

S uplatňováním programovaných zkoušek je třeba vytvořit dostatečný počet nabídnutých odpovědí, z nichž pouze jedna je správná. Počet možných odpovědí nemá klesnout zpravidla pod tři až čtyři. Programované zkoušky získávají na spolehlivosti při zvýšení počtu odpovědí na pět až šest. Toto zvýšení je však z obsahového hlediska někdy velmi obtížné.

V článku jsme se zabývali problémy úspěšného absolvování zkoušky s náhodnými odpověďmi při zkouškách. Oba uvedené problémy se řeší testováním počtu správných odpovědí vůči předpokládanému rozložení (jakožto limitu binomickému). Hlavní rozdíl mezi nimi je, že při náhodné volbě správných odpovědí má na výsledek velký vliv nabídnutých odpovědí u jednotlivých úloh, kdežto při úloze úspěšného absolvování už počet nabídnutých odpovědí nehraje velkou roli.

MUDr. Aleš Šatánek, CSc., Ing. Helena Hubálovská, Institut pro další vzdělávání lékařů a farmaceutů (L'institut pour le perfectionnement des médecins et des pharmaciens), Ústavní 91, Praha 8.