KYBERNETIKA ČÍSLO 2, ROČNÍK 4/1968

Syntéza optimálního regulačního obvodu s nelineárním členem typu nasycení*

SVATOPLUK BLÁHA

Obsahem práce je syntéza diskrétních regulačních obvodů s omezením akční veličiny. Jako kritéria je použito integrálu čtverce odchylky s posunutým počátkem integrace. Úloha je nejprve linearizována zavedením idealizovaného obvodu, sestaveného ze dvou nezávislých regulačních smyček. V další části jsou popsány dva způsoby realizace idealizovaného obvodu. Nakonec je dokázáno, že metoda odvozená pro idealizovaný obvod je správná i pro skutečný obvod. Článek přímo navazuje na práci [1].

FORMULACE ÚLOHY

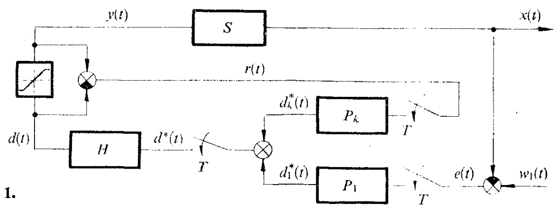
Mějme regulační obvod, jehož číslicový regulátor je navržen podle kritéria zkrácené kvadratické regulační plochy, tj. podle kvadratického integrálního kritéria, modifikovaného posunutím počátku integrace. Při poruchách nebo změnách řídící veličiny obvyklých velikostí zůstávají hodnoty akční veličiny uvnitř hranic, daných dosažitelným nebo přípustným příkonem energie do regulované soustavy. Občas se však vyskytují vstupní signály takové velikosti, že požadovaný průběh akční veličiny přesahuje dané meze. Vlivem omezení akční veličiny se pochopitelně zhorší kvalita regulačního pochodu. Předpokládejme ještě, že je nežádoucí řešit tuto úlohu změnou periody vzorkování nebo změnou přenosu číslicového regulátoru.

Naším úkolem bude doplnit regulační obvod diskrétním korekčním členem, jehož úkolem bude kompenzovat odchylku způsobenou omezením akční veličiny tak, aby její zkrácená kvadratická regulační plocha byla minimální. Diskrétní korekční člen však může začít působit teprve tehdy, až se hodnota akční veličiny zmenší pod maximální hodnotu, realizovatelnou daným akčním orgánem. Pouze pro jednoduchost budeme předpokládat, že omezení akční veličiny nastává jen na dobu jedné periody vzorkování.

* Předneseno na *druhé konferenci o kybernetice,* která se konala v Praze ve dnech 16.—19. listopadu 1965.

VÝPOČET OPTIMÁLNÍ KOMPENZACE PORUCHY ZPŮSOBENÉ NELINEARITOU

Diskrétní korekční člen, kompenzující optimálním způsobem vliv omezení akční veličiny, připojíme k danému regulačnímu obvodu způsobem, který je schematicky znázorněn na obr. 1. Použité symboly značí: S – regulovanou soustavu, P_1 – diskrétní regulátor, H – tvarovací člen nultého řádu, P_k – diskrétní korekční člen, $d_1^*(t)$ – požadovaný průběh akční veličiny, $y(t)$ – skutečný průběh akční veličiny, $x(t)$ – regulovanou veličinu, $w_1(t)$ – řídící veličinu a T – periodu vzorkování.



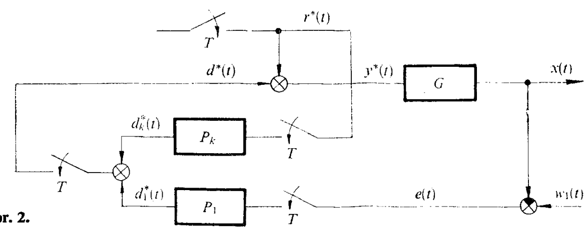
Obr. 1.

Vlastnosti obvodu se nezmění, přesuneme-li nelinearitu před tvarovací člen, který spolu s regulovanou soustavou tvoří spojitou část regulačního obvodu G. Rozdíl požadované a skutečné hodnoty akční veličiny je označen symbolem $r(t)$. Je to obdélníkový impuls o šířce T a výšce

$$r(t) = \begin{cases} y_{\max} - d(t) = -r & \text{pro} \quad d(t) > y_{\max} \\ 0 & \text{pro} \quad d(t) \leq y_{\max}\,, \end{cases} \tag{1}$$

kde $y_{\max}$ značí maximální hodnotu akční veličiny. Obraz tohoto signálu bude

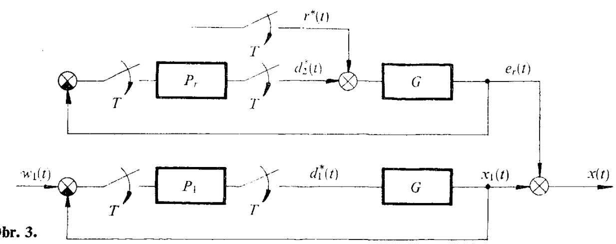
$$R(z) = -r\,. \tag{2}$$



Obr. 2.

Nelineární člen lze nahradit vnější poruchou $r(t)$, jak je naznačeno na obr. 2. Naším úkolem bude určit optimální průběh $d^*(t)$, což je součet výstupů diskrétních členů při současném vstupu řídícího signálu $w_1(t)$ a poruchy $r(t)$. Tuto úlohu si zjednodušíme, vyřešíme-li ji nejprve pro idealizovaný obvod.

Idealizovaný obvod, jehož schéma je na obr. 3, je sestaven ze dvou nezávislých obvodů: obvodu regulace řídící veličiny $w_1(t)$ a obvodu regulace poruchy $r(t)$. Oba obvody jsou optimální podle kritéria zkrácené kvadratické plochy. Vytvoření idealizovaného obvodu je ve skutečnosti linearizací úlohy. Pro obě části idealizovaného obvodu bude platit zákon superposice. Realizací idealizovaného obvodu se budeme zabývat v následujících kapitolách.



Obr. 3.

Metoda pro stanovení optimálního průběhu akční veličiny při změně řídící veličiny byla podrobně popsána v [1] a touto metodou je stanoven optimální průběh $d_1^*(t)$. Abychom mohli použít již odvozených vztahů i pro regulační obvod poruchy a vyhovět současně požadavku zpožděného působení tohoto obvodu, je třeba uvedenou metodu syntézy doplnit.

Obraz odezvy spojité části regulačního obvodu, na poruchu $r(t)$ je

(3) $$X_r(z, \varepsilon) = R(z)\, G(z, \varepsilon)\,.$$

Průběh $x_r(t)$, počínaje druhou periodou vzorkování, nazveme kompenzovatelnou odchylkou. V první periodě vzorkování, kdy působí porucha, je hodnota kompenzovatelné odchylky nulová. Vyjádříme-li si přenos $G(z, \varepsilon)$ řadou

(4) $$G(z, \varepsilon) = g_0(\varepsilon) + g_1(\varepsilon)\, z^{-1} + g_2(\varepsilon)\, z^{-2} + \dots,$$

bude obraz kompenzovatelné odchylky

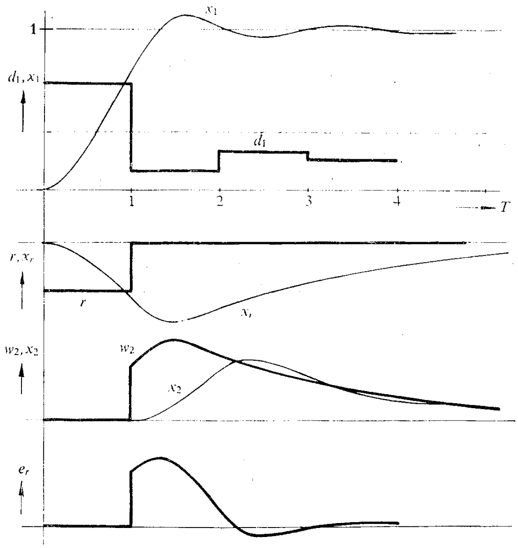
(5) $$E_k(z, \varepsilon) = R(z)\,[G(z, \varepsilon) - g_0(\varepsilon)]\;; \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1\,.$$

Tuto odchylku budeme kompenzovat pomocí řídícího signálu, který se až na polaritu bude shodovat s průběhem kompenzovatelné odchylky. Nazveme jej kompenzačním řídícím signálem. S použitím vztahů (2) a (3) snadno vypočteme jeho obraz. Abychom mohli zmíněné metody použít beze změny i za těchto okolností, vypočteme optimální průběh $d_2^*(t)$ pro řídící signál posunutý o jednu periodu vlevo:

(6) $$zW_2(z, \varepsilon) = r[G(z, \varepsilon) - g_0(\varepsilon)]\, z\,.$$

Posunutí obrazu je nutné, protože metoda výpočtu optimálního akčního signálu $d^*(t)$ předpokládá, že řídící signál začíná v čase $t = 0$ a zanedbává se odchylka po dobu první periody vzorkování. Kdybychom obraz řídícího signálu neposunuli, znamenalo by to, že používáme kritéria nezkrácené kvadratické plochy, poněvadž v první periodě je řídící signál identicky roven nule.

Po těchto úpravách je možno stanovit zmíněnou metodou i optimální průběh akční veličiny $d_2^*(t)$. Průběhy uvažovaných veličin v obou částech idealizovaného obvodu jsou kvalitativně znázorněny na obr. 4.



Obr. 4.

Obraz optimálního průběhu akční veličiny $d_1^*(t)$ je dán vzorcem odvozeným v [1]:

$$D_1(z) = \frac{K_1(z)\,A(z)}{N(z)\,V_1(z)}\,. \tag{7}$$

Obraz průběhu $d_2^*(t)$, který byl posunut o jednu periodu vlevo, je dán obdobným vztahem

$$zD_2(z) = \frac{K_2(z)\,A(z)}{N(z)\,V_2(z)}\,. \tag{8}$$

Polynom $N(z)$ v těchto rovnicích lze vypočítat z přenosu spojité části regulačního obvodu $G(z, \varepsilon)$, koeficienty polynomů $K_1(z)$ a $K_2(z)$ lze určit řešením soustavy lineárních rovnic. Polynomy $A(z)$, $V_1(z)$ a $V_2(z)$ jsou jmenovatelé obrazů

$$(9) \qquad G(z, \varepsilon) = \frac{B(z, \varepsilon)}{A(z)}; \quad W_1(z, \varepsilon) = \frac{U_1(z, \varepsilon)}{V_1(z)}; \quad W_2(z, \varepsilon) = \frac{U_2(z, \varepsilon)}{V_2(z)}.$$

Dosadíme-li první ze vztahů (9) do vztahu (5) a změníme-li znaménko, dostaneme nové vyjádření obrazu kompenzačního řídícího signálu $W_2(z, \varepsilon)$:

$$(10) \qquad W_2(z, \varepsilon) = \frac{r[B(z, \varepsilon) - g_0(\varepsilon)\, A(z)]}{A(z)}.$$

Porovnáním obou tvarů obrazu $W_2(z, \varepsilon)$ dostaneme ihned vztah

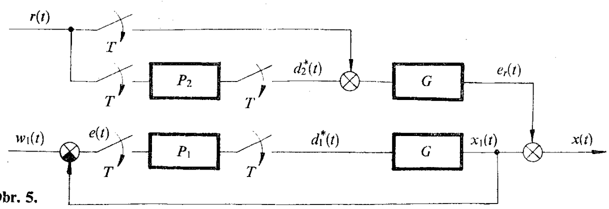
$$(11) \qquad V_2(z) = A(z),$$

pomocí něhož lze obraz akční veličiny $D_2(z)$ zjednodušit:

$$(12) \qquad z D_2(z) = \frac{K_2(z)}{N(z)}\, r.$$

Z obrázku 3 vyplývá, že optimální průběh akční veličiny celého obvodu je dán součtem obou složek

$$(13) \qquad D(z) = D_1(z) + D_2(z).$$



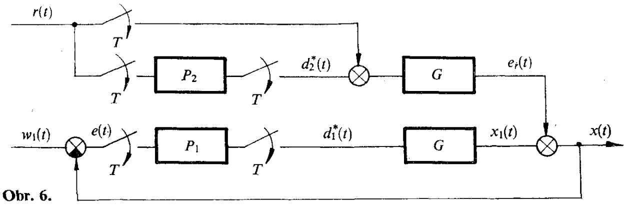
Obr. 5.

Signál $d_2^*(t)$ lze generovat také přímo, jako odezvu vhodného diskrétního členu, na poruchu $r(t)$. Přenos diskrétního členu bude

$$(14) \qquad P_2(z) = \frac{z^{-1}\, K_2(z)}{N(z)}.$$

Tento způsob bude pro realizaci výhodnější. Schéma takto upraveného idealizovaného obvodu je na obr. 5.

Ve skutečném obvodu, na rozdíl od obvodu idealizovaného, bude odchylka $e_r(t)$ ovlivňovat regulační pochod vyvolaný změnou řídící veličiny, neboť skutečný obvod může být uspořádán pouze způsobem naznačeným na obr. 6. Tímto zapojením jsou však porušeny vlastnosti idealizovaného obvodu. Odchylka $e_r(t)$ bude ovlivňovat, jako porucha na výstupu soustavy, regulační obvod řízení. Pro realizaci použijeme zvolené uspořádání obvodu (viz obr. 2). Přenos korekčního členu P_k je třeba stanovit tak, aby vliv poruchy $e_r(t)$ byl kompenzován.



Obr. 6.

Obraz odezvy idealizovaného obvodu je dán vztahem

$$X(z, \varepsilon) = E_r(z, \varepsilon) + X_1(z, \varepsilon)\,, \tag{15}$$

který lze psát, jak je ihned z obrázku 5 patrno, také takto:

$$X(z, \varepsilon) = R(z, 0)\,[1 + P_2(z)]\;G(z, \varepsilon) + \frac{P_1(z)\;W_1(z, 0)\;G(z, \varepsilon)}{1 + P_1(z)\;G(z, 0)}\,, \tag{16}$$

kde přenos $P_2(z)$ je dán vztahem (14).

Obraz průběhu veličiny $x(t)$ v obvodu na obrázku 2 je

$$X(z, \varepsilon) = [D(z) + R(z)]\;G(z, \varepsilon)\,, \tag{17}$$

kde

$$D(z) = D_1(z) + D_k(z) \tag{18}$$

a složky $D_1(z)$ a $D_k(z)$ vyjádříme takto:

$$D_1(z) = [W_1(z,0) - X(z,0)]\;P_1(z)\,, \tag{19}$$

$$D_k(z) = R(z)\;P_2(z)\,. \tag{20}$$

Tyto vztahy dosadíme do rovnice (18) a po jednoduché úpravě dostaneme:

$$D(z) = P_1(z)\;W_1(z, 0) - P_1(z)\;X(z, 0) + R(z)\;P_k(z)\,. \tag{21}$$

Vztah (21) dosadíme do rovnice (17) a vypočteme obraz $X(z, \varepsilon)$:

$$(22)\quad X(z, \varepsilon) = \frac{P_1(z)\, W_1(z, 0)}{1 + P_1(z)\, G(z, 0)}\, G(z, \varepsilon) + R(z) \frac{P_k(z) + 1}{1 + P_1(z)\, G(z, 0)}\, G(z, \varepsilon)\,.$$

Aby se průběhy regulované veličiny $x(t)$ v idealizovaném a realizovaném obvodu shodovaly, musí být vztahy (16) a (22) totožné. Tato podmínka bude splněna tehdy, bude-li platit

$$(23)\qquad 1 + P_2(z) = \frac{P_k(z) + 1}{1 + P_1(z)\, G(z, 0)}\,.$$

Z této rovnice není již obtížné přenos číslicového korekčního členu P_k vypočítat:

$$(24)\qquad P_k(z) = P_2(z)\left[1 + P_1(z)\, G(z, 0)\right] + P_1(z)\, G(z, 0)\,.$$

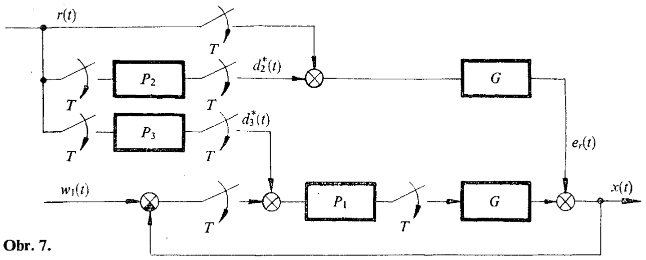
Po dosazení známých přenosů $P_1(z)$, $P_2(z)$ a $G(z, 0)$ lze vztah (24) ještě upravit:

$$(25)\qquad P_k(z) = -\frac{z^{-1} K_2(z)}{N(z)} + \frac{N(z) - z^{-1} K_2(z)}{N(z)}\, G(z, 0)\, P_1(z)\,.$$

Nevýhodou popsaného způsobu kompenzace vlivu omezení akční veličiny $d(t)$ je vysoký stupeň přenosu korekčního členu P_k.

REALIZACE OBVODU UMOŽŇUJÍCÍ ZJEDNODUŠENÍ PŘENOSU KOREKČNÍHO ČLENU

Vyjdeme opět ze schématu na obr. 6. Signál $e_r(t)$ lze považovat také za poruchu na vstupu číslicového regulátoru P_1. Protože průběh $e_r^*(t)$ lze při známé velikosti poruchy $r(t)$ bez obtíží generovat vhodným číslicovým členem, můžeme signál $e_r^*(t)$ na vstupu číslicového regulátoru P_1 kompenzovat. Schéma regulačního obvodu



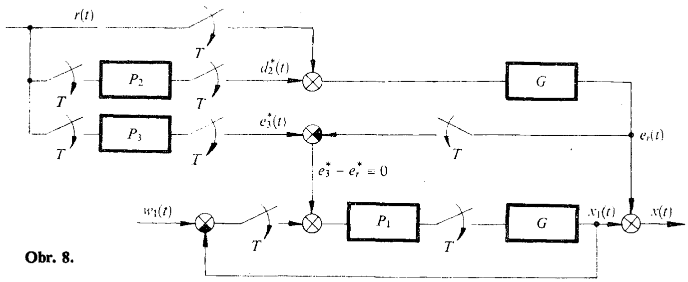
Obr. 7.

po této úpravě je na obr. 7. Toto schéma upravíme ještě jednou. Úprava bude spočívat pouze v zavedení signálu $e_r^*(t)$ přímo na vstup číslicového regulátoru P_1, takže veličiny $x_1(t)$ a $e_r(t)$ můžeme ve schématu sčítat až za odbočkou zpětné vazby, aniž by se změnily vlastnosti obvodu. Schéma tohoto obvodu je na obr. 8.

Sčítání signálů $x_1(t)$ a $e_r(t)$ až za odbočkou zpětné vazby je podstatou zavedené idealizace obvodu. Bude-li tedy splněna rovnice

$$e_3^*(t) - e_r^*(t) \equiv 0\,, \tag{26}$$

vyjadřující, že poruchový signál $e_r^*(t)$ je na vstupu číslicového regulátoru P_1 kompenzován, je obvod na obr. 8 totožný s idealizovaným obvodem na obr. 3.



Obr. 8.

Přenos číslicového korekčního členu musíme stanovit tak, aby jeho odezvou na signál $r(t)$ byl signál $e_r^*(t)$. Musí tedy platit:

$$rP_3(z) = E_r(z, 0)\,. \tag{27}$$

Vyjádříme-li si obraz $E_r(z, 0)$ způsobem použitým v rovnici (16),

$$E_r(z, 0) = R(z)\,[1 + P_2(z)]\,G(z, 0)\,, \tag{28}$$

a použijeme-li ještě rovnici (12), dostaneme úpravou rovnice (27) vztah pro přenos číslicového korekčního členu P_3:

$$P_3(z) = \frac{z^{-1}K_2(z) - N(z)}{N(z)}\,G(z, 0)\,. \tag{29}$$

Odchylka $e_r^*(t)$ klesá rychle k nule a stačí tedy kompenzovat pouze několik prvních impulsů. Nevykompenzovaný zbytek bude odstraněn působením regulátoru P_1, a protože zbylé hodnoty průběhu $e_r^*(t)$ jsou zanedbatelné, nebude optimální regulační pochod významněji porušen. Toto přibližné řešení lze použít i proto, že v praxi nebývá přenos spojité části znám zcela přesně a odchylky konstant přenosu mohou způsobit chyby mnohem větší.

Význačnou vlastností přenosu $P_3(z)$ je, že v jeho jmenovateli je obsažen polynom $N(z)$ (viz rovnici (29)), právě tak jako v přenosu číslicového členu P_2 (viz rovnici (14)).

Vstupní signál korekčních členů P_2 a P_3 je týž a můžeme proto využít pro vytvoření obou členů jediné zpožďovací linky s příslušnými zpětnými vazbami.

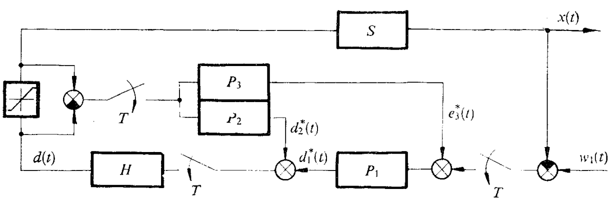
Čitatele přenosu $P_3(z)$ vypočteme podle rovnice (29), kde za $G(z, 0)$ dosadíme první členy nekonečné řady

(30) $$G(z, 0) = \frac{B(z, 0)}{A(z)} = g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + \dots .$$

Poněvadž takto vypočtený čitatel by byl stále ještě vysokého stupně, použijeme ve výsledku pouze několik prvních konstant, tj. konstant u nejvyšších mocnin z a ostatní konstanty zanedbáme. Tento polynom označíme $K_3(z)$ a pro přenos $P_3(z)$ bude platit vztah

(31) $$P_3(z) = \frac{K_3(z)}{N(z)} .$$

Konečné schéma celého obvodu je na obr. 9.



Obr. 9.

Poznámka. Existuje několik možností, jak stanovit zanedbáním některých konstant výrazu $[z^{-1} K_2(z) - N(z)]\, G(z, 0)$ polynom $K_3(z)$. V konkrétních případech je třeba použít toho způsobu, který dává nejlepší výsledky, tj. toho způsobu, pro který se průběh $e_3^*(t)$ nejvíce blíží průběhu $e_r^*(t)$.

Při výpočtu přenosu číslicového korekčního členu pro kompenzaci vlivu omezení akční veličiny jsme předpokládali, že omezení akční veličiny nastane pouze v jedné periodě. Trvá-li omezení akční veličiny po dobu několika period, bude výsledný průběh výstupu číslicového korekčního členu P_k, resp. členů P_2 a P_3, superposicí průběhů, optimálně kompensujících jednotlivé impulsy poruchy $r(t)$. Jako celek není tedy tento pochod, vzhledem k použitému kritériu, optimální. Není však zásadně obtížné navrhnout korekční člen P_k, resp. korekční členy P_2 a P_3 tak, aby byla optimálně kompenzována porucha $r(t)$ obecnějšího tvaru, bude-li její průběh předem znám. Výsledek lze pro tento případ získat ihned formálním způsobem. Stačí, nahradíme-li v příslušných vzorcích obraz r poruchy $r(t)$ obecnějším výrazem $R(z)$.

V této kapitole dokážeme, že obvod vzniklý spojením uvedených dvou obvodů nezávisle navržených, je podle zvoleného kritéria zkrácené kvadratické regulační plochy optimální i jako celek. Způsob realizace ovlivní tuto vlastnost pouze v té míře, ve které aproximuje idealizovaný obvod.

Dříve než přistoupíme k vlastnímu důkazu, shromáždíme si potřebné vztahy, které byly většinou odvozeny v [1]. Všechny symboly, týkající se obvodu regulace řízení, budeme označovat indexem 1, symboly příslušející k obvodu regulace poruchy indexem 2.

Obvod regulace řízení budeme posuzovat podle průběhu regulační odchylky $e_1(t)$, který byl definován vztahem (viz [1] vztah (19))

$$E_1(z, \varepsilon) = W_1(z, \varepsilon) - G(z, \varepsilon)\,[D(z) - \lambda H_1(z)] = \\ = e_{10}(\varepsilon) + e_{11}(\varepsilon)\, z^{-1} + e_{12}(\varepsilon)\, z^{-2} + \ldots, \tag{32}$$

kde $D(z)$ je obraz hledaného optimálního průběhu akční veličiny, λ je Lagrangeův koeficient a $H_1(z)$ je obraz, až na jistá omezení libovolné funkce. (Blíže viz [1].) Optimální průběh akční veličiny $d_1^*(t)$ je stanoven tak, aby byla splněna rovnice

$$Y_1 = \int_T^\infty e_1^2(t)\, dt = \min_1 . \tag{33}$$

Obraz optimálního průběhu $D_1(z)$ lze vypočítat z podmínkové rovnice, odvozené rovněž v [1]:

$$\oint \int_0^1 [G(z, \varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon)\, D_1(z) - W_1(z, \varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon) + \\ + e_{10}(\varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon)]\, H_1(z^{-1})\, d\varepsilon \frac{dz}{z} = 0 . \tag{34}$$

Podmínkovou rovnici pro výpočet obrazu optimálního akčního signálu v obvodu regulace poruchy odvodíme opět již uvedeným postupem, doplněným podle vztahů, odvozených v 2. kapitole této práce

$$\oint \int_0^1 [G(z, \varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon)\, D_2(z) - W_2(z, \varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon) + \\ + z^{-1}\, e_{21}(\varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon)]\, H_2(z^{-1})\, d\varepsilon \frac{dz}{z} = 0 . \tag{35}$$

Je-li signál $d_2^*(t)$ stanoven z této podmínkové rovnice, je splněn vztah

$$Y_2 = \int_{2T}^\infty e_2^2(t)\, dt = \min_2 . \tag{36}$$

Podmínkové rovnice (34) a (35) budou splněny tehdy, budou-li výrazy v hranatých závorkách regulárními funkcemi uvnitř jednotkové kružnice. Podle předpokladů použitých v [1] jsou funkce $H_1(z^{-1})$ a $H_2(z^{-2})$ uvnitř jednotkové kružnice vždy regulární a hledané funkce $D_1(z)$ a $D_2(z)$ na nich nejen nezávisejí, ale ani nesmějí záviset.

Nyní lze tvrdit: Jsou-li splněny rovnice (33) a (36), je správná také následující rovnice:

(37) $$Y_3 = \int_0^\infty [\vartheta(t - T)\, e_1(t) + \vartheta(t - 2T)\, e_2(t)]^2 \,\mathrm{d}t = \min{}_3\,,$$

kde

(38) $$\vartheta(t) = \begin{cases} 0 \ldots & \text{pro} \quad t < 0 \\ 1 \ldots & \text{pro} \quad t \geqq 0\,. \end{cases}$$

Tvrzení dokážeme. Rovnici (37) po umocnění výrazu v hranaté závorce upravíme takto:

(39) $$Y_3 = \int_T^\infty e_1^2(t)\,\mathrm{d}t + \int_{2T}^\infty e_2^2(t)\,\mathrm{d}t +$$
$$+ 2\int_0^\infty [\vartheta(t - T)\, e_1(t)]\,[\vartheta(t - 2T)\, e_2(t)]\,\mathrm{d}t = \min\,.$$

Poněvadž obecně platí, že

(40) $$\min \sum_i Y_i = \sum_i \min Y_i\,,$$

bude integrál Y_3, daný rovnicí (39) minimální jen tehdy, bude-li současně s integrály Y_1 a Y_2 minimální i integrál

(41) $$Y_4 = \int_0^\infty [\vartheta(t - T)\, e_1(t)]\,[\vartheta(t - 2T)\, e_2(t)]\,\mathrm{d}t = \min{}_4\,.$$

Použijeme-li nyní vztahu

(42) $$\int_0^\infty f_1(t)\, f_2(t)\,\mathrm{d}t = \frac{T}{2\pi j}\oint\int_0^1 F_1(z, \varepsilon)\, F_2(z^{-1}, \varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon \frac{\mathrm{d}z}{z}\,,$$

lze vyjádřit integrál Y_4 pomocí obrazů funkcí v integrandu a po aplikaci již citovaného postupu dostaneme tuto podmínkovou rovnici:

(43) $$\oint\int_0^1 [G(z, \varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon)\, D_1(z) - W_1(z, \varepsilon)\, G(z^{-1}, z) +$$

$$+ e_{10}(\varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon)]\, H_2(z^{-1})\, \mathrm{d}\varepsilon \frac{\mathrm{d}z}{z} + \oint \int_0^1 [G(z, \varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon)\, D_2(z) -$$

$$- W_2(z, \varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon) + z^{-1} e_{21}(\varepsilon)\, G(z^{-1}, \varepsilon)]\, H_1(z^{-1})\, \mathrm{d}\varepsilon \frac{\mathrm{d}z}{z} = 0\,.$$

Je ihned patrno, že integrály (43) se až na funkce $H_1(z^{-1})$ a $H_2(z^{-1})$ shodují s integrály (34) a (35). Protože na základě předpokladů, funkce $D_1(z)$ a $D_2(z)$ na funkcích $H_1(z^{-1})$ a $H_2(z^{-2})$ nezávisejí, je tento rozdíl bezvýznamný. Odtud ihned plyne, že integrál (41) nabývá minimální hodnoty jen tehdy, nabývají-li současně minimálních hodnot integrály (34) a (35).

Zbývá ještě dokázat, že funkce $D_1(z)$ a $D_2(z)$ jsou jediným řešením rovnice (39). Předpokládejme, že funkce $d_1^*(t)$ a $d_2^*(t)$ vyhovují rovnici (39), ale nevyhovují rovnicím (33) a (36). Z podmínkových rovnic (34), (35) a (43) v tomto případě ihned plyne, že funkce $D_1(z)$ a $D_2(z)$ budou záviset vždy na funkcích $H_1(z^{-1})$ a $H_2(z^{-1})$, což odporuje předpokladům. Tím je důkaz ukončen.

Důkaz lze opakovat i pro jiné kombinace dolních mezí integrálů (33) a (36).

Výsledky této práce lze shrnout takto:

Mějme dva regulační obvody s totožnou spojitou částí, navržené podle kritéria zkrácené nebo nezkrácené kvadratické regulační plochy; obvod pro regulaci determinované změny řídící veličiny a obvod pro regulaci determinované poruchové veličiny, která může vstupovat do obvodu v libovolném místě. Tyto obvody nechť jsou charakterisovány průběhy akční a regulované veličiny. Lze vždy realizovat obvod pro současnou regulaci řídící a poruchové veličiny, který je jako celek optimální podle kritérií kvadratické regulační plochy, použitých stejným způsobem jako v jednotlivých obvodech. Obě charakteristické veličiny tohoto obvodu, tj. akční i regulovaná veličina, jsou dány součtem charakteristických veličin jednotlivých obvodů.

PŘÍKLAD

Vliv korekčních členů pro kompenzaci poruchy způsobené omezením akční veličiny ukážeme porovnáním odezev regulačních obvodů s kompenzací a bez kompenzace. Regulační obvod nechť je sestaven podle schématu na obr. 9. Regulovaná soustava má přenos

$$S(p) = \frac{6p + 4{,}5}{(p + 2)(p + 1)(p + 0{,}5)}\,, \tag{44}$$

diskrétní regulátor je navržen podle kritéria zkrácené kvadratické plochy a jeho přenos byl v [1] vypočten:

$$P_1(z) = \frac{0{,}6503z^4 - 0{,}5761z^3 + 0{,}0693z^2 + 0{,}0321z - 0{,}0044}{z^4 - 0{,}8912z^3 - 0{,}3137z^2 + 0{,}1689z + 0{,}0361}\,. \tag{45}$$

Akční veličina je nelineárním členem typu nasycení omezována na maximální hodnotu $y_{\max} = 0{,}35$. To v tomto případě znamená, že první impuls akčního signálu při skokové změně žádané veličiny, jehož hodnota má být $y_1 = 0{,}65$, bude omezen na 54% potřebné hodnoty. Přenos korekčního členu P_2 byl vypočten podle vztahu (14):

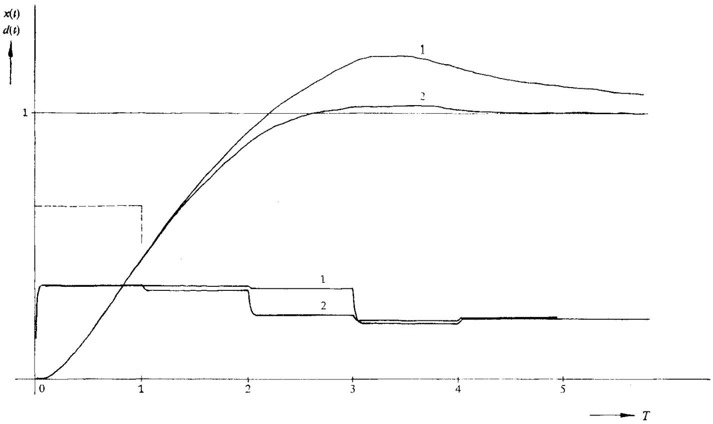
$$P_2(z) = \frac{0{,}0114z^3 - 0{,}1127z^2 - 0{,}1281z + 0{,}7101}{z^3 - 0{,}0402z^2 - 0{,}1835z - 0{,}0061}\,. \tag{46}$$

Čitatel přenosu korekčního členu P_3 v rovnici (29) bude

$$-1{,}3086z^2 - 0{,}3649z + 0{,}3103 + 0{,}0864z^{-1} - 0{,}0063z^{-2} - 0{,}0003z^{-3}$$

a zjednodušíme jej vynecháním posledních dvou členů. V obvodu budeme realizovat korekční člen s přenosem

$$P_3(z) = \frac{-1{,}3086z^2 - 0{,}3649z + 0{,}3103 + 0{,}0846z^{-1}}{z^3 - 0{,}0402z^2 - 0{,}1835z - 0{,}0061}\,. \tag{46}$$



Obr. 10.

Zanedbáním dvou členů byla způsobena jistá chyba, ale není obtížné její průběh vypočítat: bylo zjištěno, že nepřesahuje 2% hodnoty způsobené omezením akční veličiny a lze ji tedy zanedbat. Podrobný výpočet přenosů pro tento případ je uveden v [2]. Průběhy regulované veličiny při omezení akční veličiny v nekompenzovaném a kompenzovaném obvodu jsou graficky znázorněny na obr. 10. Oba průběhy byly získány na modelu popsaného obvodu na analogovém počítači AP3. Křivka 1 je odezva nekompenzovaného obvodu, křivka 2 je odezva obvodu s kompenzací vlivu nelineárního členu. Na obrázku jsou zaznamenány i průběhy akčních signálů v obou případech. Čárkovaně je vyznačen neomezený první impuls.

(Došlo dne 23. prosince 1965.)

LITERATURA

[1] S. Bláha, V. Peterka: Syntéza číslicových regulačních obvodů podle kritéria kvadratické regulační plochy. Kybernetika *1* (1965), 2, 127—143.
[2] S. Bláha: Syntéza diskrétních regulačních obvodů s použitím modifikovaného kritéria kvadratické regulační plochy. Kandidátská disertační práce, ČSAV — ÚTIA 1965.
[3] B. Kondo, S. Iwai, M. Sogo: Finite Settling-Time Response in Sampled-Data Control Systems with Saturation. Automatic and Remote Control, Proceedings of the First Int. Congress of the IFAC. Moscow 1960. Vol. I, 305—310.

SUMMARY

Synthesis of Optimum Sampled-Data Control Systems with Saturation

SVATOPLUK BLÁHA

A design of sampled-data control systems with limited plant-input is suggested. Square-error integral, modified by shifting of beginnig of integration is used as the criterion. At first this problem is linearised by using idealised control system consisting of two independent control loops. In the second part of the paper the two ways for realisation of idealised system are described. At the end it is proved that the method derived for idealised system is correct for the real system too. This paper starts from paper [1].

Ing. Svatopluk Bláha, CSc., Ústav teorie informace a automatizace ČSAV, Vyšehradská 49, Praha 2.