

Агрегатная декомпозиция автоматов и управление агрегатами

Димитр Б. Шишков

Рассматривается способ агрегатного представления (декомпозиция) произвольного дискретного автомата в виде некоторой блочной структуры, состоящей из агрегата управления и подчиненных агрегатов. Определяются функции агрегата управления и приводятся алгоритмы синтеза управляющего и подчиненных агрегатов. Даётся обобщение задачи синтеза управляющего агрегата относительно произвольной сложной системы управления, агрегаты которой описаны автоматным языком.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Агрегатирование сложных систем обычно может быть произведено неоднозначно. При этом, в зависимости от принятого уровня абстракции, любой агрегат системы (рассматриваемой в смысле, указанной в [1]) представим также в виде некоторой сложной системы [2].

Для решения множества задач синтеза сложных систем можно использовать довольно развитый аппарат теории автоматов [3]. Это основывается на общности фундаментальных черт теории управления и общей теории автоматов при рассмотрении детерминированных систем обработки информации и универсальность автоматной интерпретации поведения объектов и способов их управления [4].

В настоящей работе предлагается регулярный метод представления агрегатов, описываемых автоматами, в виде сложных систем управления с определенной структурой. Такая задача может возникать при оптимизации структуры сложной системы, поскольку организация системы имеет существенное значение для определения качественных сторон алгоритмов управления [5], а также при структурном синтезе агрегатов управления сложных систем. В некоторой степени она аналогична задаче декомпозиции автоматов и поэтому имеет самостоятельное значение для решения чисто автоматных проблем: агрегатирование сложных автоматов с целью применения методов синтеза, ограничен-

ных сложностью автоматов (размещение (кодирование) состояний, минимизация операторов), синтез надеждных автоматов [6] и ряд других задач блочного синтеза.

Задача агрегатного представления автоматов может быть поставлена следующим образом.

Задан дискретный автомат D . Требуется представить его в виде некоторой сложной системы (рис. 1), эквивалентной исходного автомата, составленной

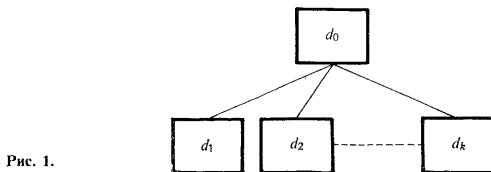


Рис. 1.

управляющим агрегатом d_0 и подчиненными агрегатами d_1, d_2, \dots, d_k , каждый из которых может быть связан с другими подчиненными агрегатами.

Не снижая общность постановки задачи, введем ограничение, что автомат D является конечным инициальным автоматом, определенным множествами внутренних состояний $A = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, где a_1 — начальное состояние автомата, входных сигналов $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ и выходных сигналов $Y = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ и функциями возбуждения и выходов $\delta(a, x)$ и $\lambda(a, x)$ соответственно.

2. СИНТЕЗ АГРЕГАТОВ

Разделим произвольным способом множество внутренних состояний автомата на k непересекающихся подмножеств

$$(1) \quad A_\alpha = \{\bar{d}_1; \bar{d}_2; \dots; \bar{d}_k\},$$

где каждый блок подмножества d_i ($i = 1, 2, \dots, k$) содержит неменее, чем два состояния (т.е. $2k \leq n$), а α — индекс принятого варианта разделения. Тогда все переходы автомата D , совершаемые при поступлении некоторой буквы входного алфавита X , могут быть разделены на две группы:

1. Переходы, осуществляемые между состояниями подмножества \bar{d}_i (т.е. $\delta(a_i, x_j) = a_k$, где $a_i \in \bar{d}_i$ и $a_k \in \bar{d}_i$), которые будем называть *внутренними переходами* и

2. Переходы между состояниями, включенных в разные подмножества ($\delta(a_i, x_j) = a_k$, где $a_i \in \bar{d}_i$, а $a_k \in \bar{d}_j$; $j = 1, 2, \dots, i - 1, i + 1, \dots, k$), которые будем называть *внешними переходами*.

Если при выбранном способе разделения (1) автомата D положим, что все внешние переходы являются запрещенными, получим неполностью определенный автомат D' , состоящий из k несвязанных между собой автоматов d'_1, d'_2, \dots, d'_k . Любой автомат d'_i ($i = 1, 2, \dots, k$) будет определен на множествах состояний \bar{d}_i , входных и выходных сигналов X и Y (отдельные элементы которых могут оказаться пустыми относительно d'_i) и некоторые функции $\delta'(a, x)$, $\lambda'(a, x)$, являющиеся интервалами функций переходов и выходов заданного автомата D : $\delta(a, x)$ и $\lambda(a, x)$ соответственно.

Таким образом, если входные слова, преобразуемые автоматом D , не содержат последовательности букв, вызывающих внешние переходы, то функциони-

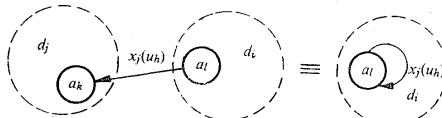


Рис. 2.

рование автомата D выразится в разнесенной во времени работе агрегатов d'_1, d'_2, \dots, d'_k .

Учитывая внешние переходы автоматов d_1, d_2, \dots, d_k и временные соотношения их работы, нетрудно убедится, что задача эквивалентного преобразования заданного автомата D в сложной системе агрегатов будет решена полностью (без вышеуказанных ограничений на входных словах) введением управляющего автомата d_0 (см. рис. 1), выполняющего функцию временного переключения сигналов алфавита X между агрегатами d_1, d_2, \dots, d_k .

Переключение сигналов входного алфавита X к подчиненному агрегату d_i ($i = 1, 2, \dots, k$) должно происходить при любых переходах $\delta(a_l, x_j) = a_k \in \bar{d}_i$. Поэтому, кроме букв алфавита X , входной алфавит агрегата d_0 должен включать и буквы некоторого вспомогательного алфавита $U = (u_1, u_2, \dots, u_v)$, который будем называть *алфавитом переключения*; v – количество внешних переходов агрегатированного автомата D . Каждую букву этого алфавита u_h ($h = 1, 2, \dots, v$) будем отождествлять с некоторым выходным сигналом u_h которым отмечен h -тый внешний переход автомата. Так как внешние переходы размечены также некоторыми символами выходного алфавита Y , то каждая буква алфавита U может совпадать с некоторой (в частности пустой) буквой алфавита Y .

Следовательно, любой внешний переход $\delta(a_l, x_j) = a_k$, ($a_l \in \bar{d}_i$, $a_k \in \bar{d}_j$), формирующий выходной сигнал переключения u_h должен или не изменить исходное для него состояние (a_l) автомата d_i или установить его в некотором начальном (нерабочем) состоянии. Так как при агрегатирование автоматов по (1), обычно

отдельные подчиненные агрегаты являются неинициальными автоматами, первая модель (замещение всех внешних заходящих* переходов автомата d_i с петлевыми переходами, при которых вырабатывается пара выходных сигналов y, u (рис. 2)) оказывается более общей и будет использована в дальнейшем. Таким образом, выходной алфавит любого управляемого агрегата d_i будет расширен буквами U , которыми размечены трансформированные петлевые переходы.

Остался невыясненным вопрос о входном алфавите подчиненных агрегатов. Для этого следует определить смысл внешних переходов относительно агрегатов, для которых они являются входными переходами. Поясним это на примере рис. 2. Сигнал u_h должен не только переключить сигналы входного алфавита X с агрегата d_i на агрегат d_j , но и поставить d_j в состояние a_k , независимо от того в каком состоянии он находился до этого. Следовательно, под сигналом u_h автомат должен переходить в состояние a_k из любого состояния $a \in d_j$. Это указывает на возможность минимизировать подчиненные агрегаты за счет означения всех внешних переходов, входящих в одно и то же состояние, одинаковыми сигналами алфавита U . Итак входной алфавит подчиненного агрегата d_i образуется буквами алфавита X и буквами алфавита U , которыми отмечены все входящие в d_i внешние переходы.

Отметим, что в частном случае (когда внешние переходы относятся только к одному состоянию агрегата d_i и агрегат d_i может быть определен как инициальный автомат), входной алфавит для некоторых подчиненных агрегатов может совпадать с алфавитом X .

Сформулируем алгоритм синтеза подчиненных агрегатов.

Алгоритм 1. 1. Выбирается способ разделения заданного автомата (1).

2. Определяется алфавит переключения U – все внешние переходы размечаются произвольным образом выходными сигналами последовательности u_1, u_2, \dots, u_v (при этом все внешние переходы, входящие в одинаковые состояния подчиненных агрегатов, размечаются одинаковыми сигналами u_h).

3. Дополняется выходной алфавит Y подчиненных агрегатов буквами алфавита переключения U – все выходящие внешние переходы замещаются петлевыми внутренними переходами, формирующими выходные сигналы, которыми размечены соответствующие переходы.

4. Дополняется входной алфавит X подчиненных агрегатов буквами алфавита переключения U (только для неинициальных подчиненных агрегатов) – для выходных сигналов алфавита U , соответствующих внешним входящим переходам образуются переходы в том же самом состоянии подчиненного агрегата, в которое входит внешний переход, из всех его состояний.

Пример. Синтезируем подчиненные агрегаты автомата, показанного на рис. 3,

* Здесь и далее для означения переходов автомата принята терминология С. Berge [7].

442 образованные согласно геометрическим разделениям, означенным пунктирными линиями.

Условие задачи фиксирует следующее разделение автомата

$$(2) \quad \{\bar{d}_1; \bar{d}_2; \bar{d}_3; \bar{d}_4\} = \overline{\{0, 1, 6, 7; 2, 3, 4, 5; 10, 11, 12, 13; 8, 9, 14, 15\}}.$$

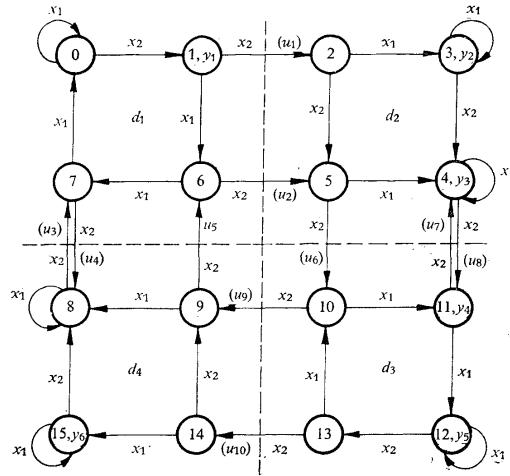


Рис. 3.

Размерность алфавита переключения v определится числом внешних переходов, пересеченных пунктирными линиями (рис. 3)

$$(3) \quad U = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8, u_9, u_{10}).$$

В соответствии п. 3 алгоритма 1 уточняем выходные алфавиты подчиненных агрегатов

$$(4) \quad \begin{aligned} d_1 &= (y_1, u_1, u_2, u_4), \\ d_2 &= (y_2, y_3, u_6, u_8), \\ d_3 &= (y_4, y_5, u_7, u_9, u_{10}), \\ d_4 &= (y_6, u_3, u_5) \end{aligned}$$

и строим их неполные графы — рис. 4а — г.

По п. 4 алгоритма 1 находим входные алфавиты подчиненных агрегатов

$$(5) \quad \begin{aligned} d_1 &= (x_1^1, x_2^1, u_3, u_5), \\ d_2 &= (x_1^2, x_2^2, u_1, u_2, u_7), \\ d_3 &= (x_1^3, x_2^3, u_6, u_8), \\ d_4 &= (x_1^4, x_2^4, u_4, u_9, u_{10}). \end{aligned}$$

На основании (2), (3), (4), (5) и рис. 3 и 4 нетрудно получить окончательный

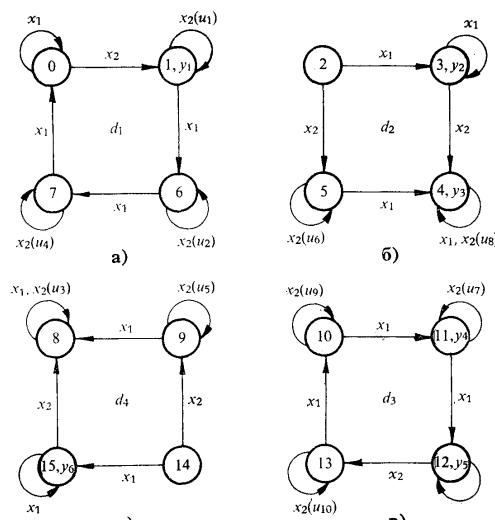


Рис. 4.

Табл. 1а.

Выходные сигналы	—	y_1	—	—
Состояния	0	1	6	7
Входные сигналы				
x_1^1	0	6	7	0
x_2^2	1	$1, u_1$	$6, u_2$	7
u_3	7	7	7	7
u_5	6	6	6	6

Табл. 16.

Выходные сигналы		—	y_2	y_3	—
Состояния		2	3	4	5
Входные сигналы					
x_1^2		3	3	4	4
x_2^2		5	4	4, u_8	5, u_6
u_1		2	2	2	2
u_2		5	5	5	5
u_7		4	4	4	4

Табл. 1в.

Выходные сигналы		—	y_4	y_5	—
Состояния		10	11	12	13
Входные сигналы					
x_1^3		11	12	12	10
x_2^3		10, u_9	11, u_7	13	13, u_{10}
u_6		10	10	10	10
u_8		11	11	11	11

Табл. 1г.

Выходные сигналы		—	—	—	y_6
Состояния		8	9	14	15
Входные сигналы					
x_1^4		8	8	15	15
x_2^4		8, u_3	9, u_5	9	8
u_4		8	8	8	8
u_9		9	9	9	9
u_{10}		14	14	14	14

вид таблиц переходов и выходов подчиненных агрегатов d_1 , d_2 , d_3 и d_4 – табл. 1а–г соответственно.

б) Синтез управляющего агрегата

Для синтеза управляющего агрегата исходными данными являются:

1. Алфавит переключения $U = (u_1, u_2, \dots, u_v)$,
2. Число (k) подчиненных агрегатов и
3. Временные соотношения работы подчиненных агрегатов в зависимости от поступления сигналов переключения u_1, u_2, \dots, u_v .

Алфавит переключения (U) и количество (k) подчиненных агрегатов определяются на этапе синтеза подчиненных агрегатов. Временные соотношения работы

Табл. 2.

Подчиненные агрегаты		1 (0, 1, 6, 7)	2 (2, 3, 4, 5)	3 (10, 11, 12, 13)	4 (8, 9, 14, 15)
Сигналы переключения					
u_1		2	—	—	—
u_2		2	—	—	—
u_3		—	—	—	1
u_4		4	—	—	—
u_5		—	—	—	1
u_6		—	3	—	—
u_7		—	—	2	—
u_8		—	3	—	—
u_9		—	—	4	—
u_{10}		—	—	4	—

агрегатов в зависимости от поступления сигналов переключения задаются таблицей переключения. Таблица переключения содержит k колонок и v строк. В клетке таблицы, соответствующей колонке d_i и строке u_h , записывается номер того подчиненного агрегата d_j ($j = 1, 2, \dots, k$), который должен включаться после формирования сигнала переключения u_h , если до этого функционировал агрегат d_i .

Поясним составление таблицы переключения для рассмотренного в предыдущем примере автомата (рис. 3) – табл. 2.

Из рис. 3 видно, что если в некоторый момент времени в рабочем состоянии находился автомат d_1 и поступили такие последовательности входных сигналов алфавита X , которые вызывают формирование сигналов u_1, u_4 или u_2 , входной алфавит автомата должен переключиться к автоматам d_2, d_4 или d_2 соответственно (см. колонку 1 табл. 2). Аналогично заполнены и остальные клетки таблицы переключения.

Приведем алгоритм синтеза управляющего агрегата d_0 .

Алгоритм 2. 1. Строится таблица переключений для выбранного варианта разделения.

2. Составляется таблица переходов и выходов агрегата: число состояний равно числу подчиненных агрегатов (k); входными сигналами являются сигналы множества X и U (их число равно $m + v$); под воздействием входного сигнала x_i агрегат d_0 не изменяет свое состояние и формирует выходной сигнал x_i^k (k — номер исходного состояния); под сигналом u_h ($h = 1, 2, \dots, v$) агрегат должен перейти в состояние, определяемое таблицей переключения.

Табл. 3.

Входные сигналы	Состояния			
	1	2	3	4
x_1	1, x_1^1	2, x_1^2	3, x_1^3	4, x_1^4
x_2	1, x_2^1	2, x_2^2	3, x_2^3	4, x_2^4
u_1	2	—	—	—
u_2	2	—	—	—
u_3	—	—	—	1
u_4	4	—	—	—
u_5	—	—	—	1
u_6	—	3	—	—
u_7	—	—	2	—
u_8	—	3	—	—
u_9	—	—	4	—
u_{10}	—	—	4	—

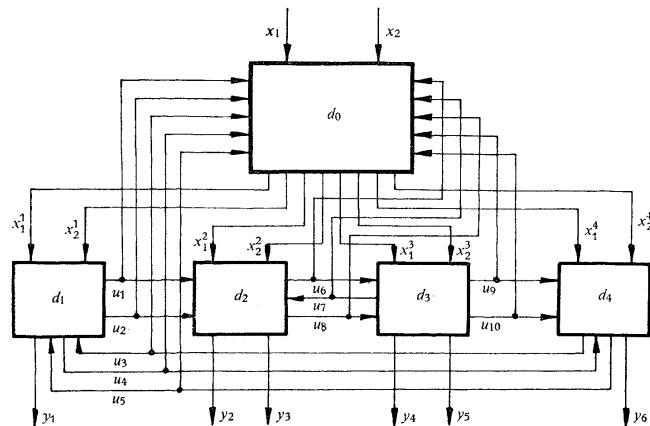


Рис. 5.

Пример. Следуя алгоритму 2, нетрудно построить таблицу (табл. 3) переходов и выходов агрегата управления для рассмотренного выше автомата (рис. 3).

Блочная схема агрегатированного автомата (рис. 3) приведена на рис. 5.

Применим предлагаемый метод агрегатирования автоматов для решения задачи экономичного кодирования сложных автоматов.

Пример. Найти экономичный вариант кодирования, следующий из алгоритмов [8, 9], автомата с линейной тактикой (автомат М. Л. Цетлина [10]), имеющего 16 состояний — табл. 4.

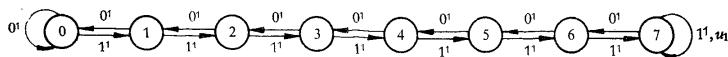
Табл. 4.

Выходные сигналы		y_0	y_1														
Состояния		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Входные сигналы																	
0		0	0	1	2	3	4	5	6	8	8	9	10	11	12	13	14
1		1	2	3	4	5	6	7	15	9	10	11	12	13	14	15	7

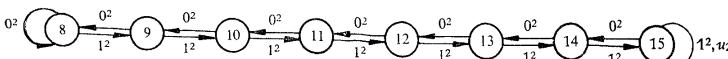
В соответствии с [8] для выбора экономичного варианта кодирования требуется анализ 6435 неэквивалентных вариантов кодирования состояний автомата состояниями элементарных автоматов и соответствующий за ними направленный перебор из около $5,5 \cdot 10^{10}$ [11] возможных неэквивалентных систем функций. Если допустить, что экономичный вариант может быть реализован на неминимальном количестве элементов памяти, то количество вариантов кодирования возрастет на 32767. Эта процедура должна быть исполнена для каждого автомата из выбранной системы элементарных автоматов. Очевидно, что при таких условий использование алгоритмов [8, 9] весьма затруднено.

Применяя описанный метод, произведем агрегатирование заданного автомата по соотношению

$$\{\tilde{d}_1; \tilde{d}_2\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}.$$



a)



б)

Рис. 6.

Следуя алгоритму 1, нетрудно увидеть, что автомат разбивается на два одинаковых (с точности до изоморфизма) инициальных автоматов (начальные состояния 7 и 15 соответственно) – рис. 6а и 6б.

Агрегат управления d_0 получим по алгоритму 2 – рис. 7.

Экономичное кодирование агрегированного автомата сводится до кодирования агрегата с 8-ми состояниями (35 (127) неэквивалентных вариантов кодирования) и агрегата с 2-мя состояниями (один вариант кодирования). Тогда-

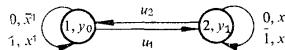


Рис. 7.

следуя [9], нетрудно получить экономичные варианты функции возбуждения и выходов агрегатов.

a) агрегат d_1 :

$$\begin{aligned} q_{01} &= \bar{x}^1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_3, \\ q_{11} &= x^1 Q_2 \bar{Q}_3, \\ q_2 &= x^1 (\bar{Q}_1 \vee \bar{Q}_2) \vee \bar{x}^1 (Q_1 \vee Q_2) \vee Q_3, \\ q_3 &= x^1 \bar{Q}_2 \vee \bar{x}^1 Q_2, \\ u_1 &= x^1 Q_1 Q_2 \bar{Q}_3; \end{aligned}$$

б) агрегат d_2 :

$$\begin{aligned} q_{04} &= \bar{x}^2 \bar{Q}_5 \bar{Q}_6, \\ q_{14} &= x^2 Q_5 \bar{Q}_6, \\ q_5 &= x^2 (\bar{Q}_4 \vee \bar{Q}_5) \vee \bar{x}^2 (Q_4 \vee Q_5) \vee Q_6, \\ q_6 &= x^2 \bar{Q}_5 \vee \bar{x}^2 Q_5, \\ u_2 &= x^2 Q_4 Q_5 \bar{Q}_6; \end{aligned}$$

в) агрегат d_0 :

$$\begin{aligned} q_{07} &= u_2, \\ q_{17} &= u_1, \\ \bar{x}^1 &= \bar{x} \bar{Q}_7, \\ \bar{x}^2 &= \bar{x} Q_7, \\ x^1 &= x \bar{Q}_7, \\ x^2 &= x Q_7, \\ y_1 &= Q_7, \\ y_0 &= \bar{Q}_7, \end{aligned}$$

где q_1, q_4, q_7 – функции возбуждения триггеров с раздельными входами

$Q_1, Q_4, Q_7; q_2, q_3, q_5, q_6$ – функции возбуждения триггеров со счетными входами Q_2, Q_3, Q_5, Q_6 .

3. УПРАВЛЕНИЕ АГРЕГАТАМИ

Рассмотренную задачу синтеза агрегата управления можно считать частным случаем синтеза управляющего агрегата сложной системы по заданной совокупности подчиненных агрегатов, выраженных автоматным языком и по алгоритму их управления.

В обобщенной задаче синтеза управляющего агрегата D_0 следует допустить, что возможна произвольная комбинация одновременного функционирования подчиненных агрегатов D_1, D_2, \dots, D_k (система d_1, d_2, \dots, d_k работает только последовательно), а функциональные связи (внешние переходы) между агрегатами в общем случае описываются некоторым функциональным алфавитом $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_v)$, где $\mathbf{u}_h (h = 1, 2, \dots, v)$ – некоторая временная булевая функция, равная сигналу u_h .

Тогда, синтез управляющего агрегата D_1, D_2, \dots, D_k сложной системы агрегата D_0 может быть произведен на основании таблицей переключения (аналогичной табл. 2), составленная с учетом временных соотношений работы подчиненных агрегатов и множество функционалов $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_v)$.

Число колонок таблицы переключения (N) (число состояний управляющего агрегата) определяется неравенством

$$(6) \quad 1 \leq N \leq 2^k - 1.$$

Зависимость (6) следует из того, что каждый подчиненный агрегат может находиться в один из двух возможных режимов: функционирование или престой (несключающий внутренних процессов самого агрегата).

$N = 1$ соответствует параллельной работе всех подчиненных агрегатов, а $N = 2^k - 1$ – функционирование, при котором встречаются все возможные комбинации параллельно-последовательной работы агрегатов. Для синтеза управляющего автомата при агрегатной декомпозиции автоматов (последовательная работа подчиненных агрегатов) соотношение (6) становится $N = k$.

Задание функционалов множества $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_v)$ может быть представлено любым автоматным языком, а синтез описываемого ими автомата произведен известными методами детерминизации систем графов [12]. В более частных, но довольно широко распространенных случаях (например при синтезе устройства управления электронных цифровых машин), синтез функционалов множества \mathbf{U} сводится к синтезу микропрограммных автоматов [3].

(Поступило 27. февраля 1967 г.)

- [1] Л. М. Дронфорт, С. Г. Орадовская, В. Б. Соколов: Некоторые вопросы теории систем. В сб., „Техническая кибернетика”, Наука, Москва 1965, 304—307.
- [2] Н. П. Бусленко: К теории сложных систем. Известия АН СССР „Техническая кибернетика” (1963), 5, 7—18.
- [3] В. М. Глушков: Синтез цифровых автоматов. Физматгиз, Москва 1962.
- [4] M. A. Arbib: A Common Framework for Automata Theory and Control Theory. J. Soc. Industr. and Appl. Math. (1965), 2, 206—222.
- [5] A. Straszak: Algorytmy sterowania w wielkich systemach „Problemi sterowania wielkimi systemami”, Polska akademia nauk, Wrocław, Warszawa, Kraków 1964, 99—123.
- [6] Б. С. Флейшман: Статистическая теория надежностного функционирования конечных автоматов при наличии помех. В сб. „Теория конечных и вероятностных автоматов”, Наука, Москва 1965, 381—323.
- [7] C. Berge: Théorie des graphes et ses applications. Dunod, Paris 1958.
- [8] R. E. Stearns, J. Hartmanis: On the State Assignment Problem for Sequential Machines II. IRE Trans. Electr. Comp. EC-10 (1961) 4, 593—604.
- [9] Л. К. Ларин, Л. М. Осинский: Экономичное кодирование состояний конечного автомата. Кибернетика (1966), 3, 46—51.
- [10] М. Л. Цетлин: О поведении конечных автоматов в случайных средах. Автоматика и телемеханика 22 (1961), 10, 1345—1354.
- [11] E. J. McCluskey, S. H. Unger: A Note on Number of Internal Variable Assignments for Sequential Switching Circuits. IRE Trans. Electr. Comp. EC-8 (1959), 4, 439—441.
- [12] В. С. Гринберг: Детерминизация систем графов и синтез конечных автоматов. Сибирский математический журнал 7 (1966), 6, 1259—1267.

VÝTAH

Rozklad automatů na agregáty a řízení agregátů

DIMITR B. ŠIŠKOV

Vyšetřuje se rozklad libovolného konečného automatu na jednoduší automaty tzv. agregáty, z nich jeden je řídícím automatem a ostatní ovládací. Určuje se funkce řídícího automatu a uvádí se algoritmy syntézy řídícího a ovládajících automátů.

Zobecňuje se úloha syntézy řídícího automatu vzhledem k řídícímu agregátu libovolně složité soustavy, jejíž agregáty jsou popsány jako abstraktní automaty. Řídící agregát je tvořen řídícím blokem, jehož syntéza se opírá o obecný algoritmus řízení složité soustavy a funkčním blokem, určeným na základě jednotlivých funkčních vazeb mezi agregáty. Ukazuje se, že v mnohých případech (například syntéza řadiče samočinného počítače) vede syntéza funkčního bloku k syntéze automatu řízených mikroprogramy.

Инж. Димитър Борисов Шишков, София — Ц, ул. Патриарх Евтими 54. Болгария.