KYBERNETIKA ČÍSLO 5, ROČNÍK 1/1965

Zajištění fyzikální realizovatelnosti optimální ν-parametrové diskrétní lineární regulace řešené ve Wienerově smyslu

VLADIMÍR STREJC

Příspěvek pojednává o teorii syntézy lineárních obvodů se spojitě pracující regulovanou soustavou a s diskrétně pracujícím regulátorem a uvádí modifikovaný postup syntézy, který umožňuje zajistit podmínky fyzikální realizovatelnosti v případech, kdy obvyklý postup syntézy vede na řešení fyzikálně nerealizovatelné.

1. ÚVOD

Diskrétní regulace nechť je taková regulace, u které působí samočinný počítač přímo ve zpětné vazbě k regulované soustavě. Jinými slovy regulátor se uskutečňuje činností počítače podle programu, který je sestaven podle zadaného zákona regulace.

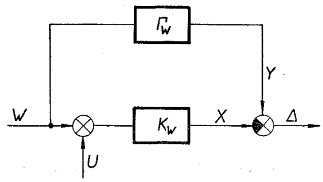
Regulační obvod ν-parametrový nechť je regulační obvod s ν nezávislými výstupními veličinami, při čemž nelze uspořádat obvod do několika (alespoň dvou) dílčích obvodů takových, že vstupní veličiny kteréhokoliv dílčího obvodu nepůsobí na výstupní veličiny ostatních dílčích obvodů.

Přitom výstupní veličiny jsou nezávislé tehdy a jen tehdy, jestliže matice přenosů obvodu má hodnost rovnou počtu výstupních veličin.

Regulace ν-parametrová je optimální ve Wienerově smyslu, jestliže při působení stacionárních náhodných signálů na vstupu regulačního obvodu je zajištěno minimum součtu středních kvadratických odchylek všech regulovaných veličin. Za odchylku považujeme rozdíl ideálního a skutečného časového průběhu regulované veličiny.

Za fyzikálně reálné řešení lineární diskrétní regulace považujeme takové řešení, kdy všechny prvky v matici diskrétních přenosů uzavřených regulačních smyček je možné vyjádřit polynomy v záporných mocninách z počínaje s členem při z^{-h}, kde h je celé číslo a kde z je komplexní proměnná transformace Z. Přitom $h \geqq g$ u neposunutých přenosů řízení $K_w(z, \varepsilon)$, kde $\varepsilon = 0$ a $h > m + g$ u neposunutých přenosů kompenzace vlivu poruchových veličin $K_u(z, \varepsilon)$, kde $\varepsilon = 0$, kde m je první nenulový exponent řady, vyjadřující diskrétní přenos té části regulované soustavy, přes kterou působí poruchová veličina na regulovanou veličinu a kde g je první nenulový exponent řady, vyjadřující diskrétní přenos spojitě pracující části zpětnovazební smyčky; $t/T = n + \varepsilon, n = 0, 1, 2, \ldots, \infty$; $\varepsilon \langle 0; 1)$, t je nezávisle proměnná času a T je perioda vzorkování diskrétní regulace. Zpravidla se považuje za nejvýhodnější takové fyzikálně reálné řešení, u kterého číslo h nabývá nejmenší možné hodnoty.

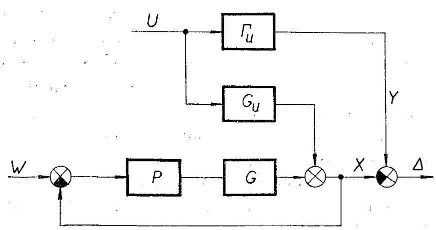
Vyslovené podmínky fyzikální realizovatelnosti v podstatě žádají, aby impulsní charakteristika byla $k(t) = 0$ pro $t = 0^+$ při nulových počátečních podmínkách, tj. $k(t) = 0$ pro $t \leqq 0^-$.



Obr. 1.

Budeme se zde zabývat otázkou zajištění fyzikální realizovatelnosti dvou případů regulačních obvodů.

V prvém případě bude užitečným vstupním signálem obvodu stacionární náhodný řídicí signál, k němuž se superponuje na vstupu obvodu parazitní stacionární náhodný šum. Blokové schéma regulačního obvodu pro tento případ je uvedeno na obr. 1.



Obr. 2.

V druhém případě nechť je užitečný řídicí signál konstantní a parazitní stacionární náhodný šum nechť vstupuje do obvodu v obecně libovolném místě regulované soustavy. Blokové schéma je pro tento případ regulačního obvodu uvedeno na obr. 2.

V uvedených blokových schématech značí:

U sloupcový vektor typu $(\xi; 1)$ diskrétních obrazů poruchových veličin,
W sloupcový vektor typu $(v; 1)$ diskrétních obrazů řídících veličin,
X sloupcový vektor typu $(v; 1)$ diskrétních obrazů skutečných průběhů regulovaných veličin,

Y sloupcový vektor typu $(\nu; 1)$ diskrétních obrazů ideálních průběhů regulovaných veličin,

Δ sloupcový vektor typu $(\nu; 1)$ diskrétních obrazů regulačních odchylek,

K_w matice typu $(\nu; \nu)$ diskrétních přenosů řízení,

K_u matice typu $(\nu; \xi)$ diskrétních přenosů při kompenzaci vlivu poruchových veličin,

G matice typu $(\nu; \nu)$ diskrétních přenosů regulované soustavy včetně servomotoru s regulačním orgánem a tvarovacího členu,

G_u matice typu $(\nu; \xi)$ diskrétních přenosů těch částí regulované soustavy včetně tvarovacích členů, přes které působí poruchové veličiny na regulované veličiny,

P matice typu $(\nu; \nu)$ diskrétních přenosů číslicových korekčních členů,

Γ_w matice typu $(\nu; \nu)$ ideálních diskrétních přenosů řízení,

Γ_u matice typu $(\nu; \xi)$ ideálních diskrétních přenosů pro kompenzaci poruchových veličin.

Je známo, že syntéza ve Wienerově smyslu, tj. určení optimálního číslicového korekčního členu tak aby se dosáhlo minima středních kvadratických odchylek regulovaných veličin, vede někdy na fyzikálně nerealizovatelná řešení. Jednoduché příklady takových řešení jsou uvedeny v odstavci 4. Ukážeme, jak v takových případech lze dospět k fyzikálně realizovatelnému řešení. Posuzovat budeme dostatečně obecný případ ν-parametrové regulace se vzájemně korelovanými vstupními signály.

2. OPTIMÁLNÍ ŘÍZENÍ

Pro ν-parametrový regulační obvod můžeme střední kvadratické odchylky vyjádřit vztahem

$$\overline{\Delta(n, \varepsilon)\, \Delta^T(n, \varepsilon)} = R_{\Delta\Delta}(0, \varepsilon)\,, \tag{1}$$

kde $\Delta^T(n, \varepsilon)$ je transponovaný tj. řádkový vektor odchylek $\Delta(n, \varepsilon)$, $R_{\Delta\Delta}(m, \varepsilon)$ je matice korelačních funkcí vektoru odchylky $\Delta(n, \varepsilon)$. Regulační obvod je pak optimální ve Wienerově smyslu, je-li součet diagonálních prvků matice $R_{\Delta\Delta}(0, \varepsilon)$, tj. stopa této matice, minimální. Při tom

$$\min I(\varepsilon) = \min \operatorname{tr} \int_0^1 R_{\Delta\Delta}(0, \varepsilon)\, \mathrm{d}\varepsilon = \min \operatorname{tr} \int_0^1 \int_{\Gamma_0} S_{\Delta\Delta}(z, \varepsilon)\, \frac{\mathrm{d}z}{z}\, \mathrm{d}\varepsilon\,, \tag{2}$$

kde $S_{\Delta\Delta}(z, \varepsilon)$ je matice výkonových spektrálních hustot vektoru odchylky $\Delta(n, \varepsilon)$ a Γ_0 je integrační dráhy po jednotkové kružnici se středem v počátku komplexní roviny z. Integrací podle nezávisle proměnné ε hodnotíme celý časový průběh odchylky $\Delta(n, \varepsilon)$ tj. i mezi okamžiky vzorkování. V dalším budeme s ohledem na zestručnění funkce argumentu z a ε vyjadřovat bez argumentu z a funkce k nim sdružené podle jednotkové kružnice označíme pruhem. Pokud argument ε bude nulový nebudeme jej uvádět. Např. $K_w(\varepsilon) = K_w(z, \varepsilon)$, $\overline{K}_w(\varepsilon) = K_w(z^{-1}, \varepsilon)$, $\overline{K}_w = K_w(z^{-1}, 0)$ ap. Pokud nebude výslovně jinak uvedeno, značí jednotlivé symboly vesměs matice.

Podle obr. 1 můžeme matici $S_{\Delta\Delta}(\varepsilon)$ vyjádřit vztahem

$$S_{\Delta\Delta}(\varepsilon) = \overline{K}_w(\varepsilon)\,{}^1SK_W^T(\varepsilon) - \overline{K}_w(\varepsilon)\,{}^2S\Gamma_W^T(\varepsilon) - \overline{\Gamma}_w(\varepsilon)\,{}^2\overline{S}_W^T\,K_W^T(\varepsilon) + \overline{\Gamma}_w(\varepsilon)\,{}^3S\Gamma_W^T(\varepsilon)\,, \tag{3}$$

kde

$$\left.\begin{aligned} {}^1S &= S_{w+u,w+u} = S_{ww} + S_{uu} + S_{uw} + S_{wu}\,, \\ {}^2S &= S_{w+u,w} \quad\;\; = S_{ww} + S_{uw}\,, \\ {}^3S &= S_{ww}\,. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Přenos řízení je

$$K_w(\varepsilon) = G(\varepsilon)\,P[1 + GP]^{-1} = G(\varepsilon)\,D\,. \tag{5}$$

Počítačem můžeme ovlivňovat jen tu část matice přenosů řízení, která není funkcí ε, tedy matici D. Matice přenosů řízení je tudíž předem částečně determinována maticí $G(\varepsilon)$. Dosadíme-li matici (5) a (3) do výrazu (2), můžeme obvyklými kroky variačního počtu dospět k podmínkové rovnici

$$\int_{\Gamma_0}\int_0^1 \mathrm{tr}\,[\overline{G}(\varepsilon)\,\delta\overline{D}\,{}^1SD^TG^T(\varepsilon) - \overline{G}(\varepsilon)\,\delta\overline{D}\,{}^2S\Gamma_W^T(\varepsilon)]\,\mathrm{d}\varepsilon\,\frac{\mathrm{d}z}{z} = 0\,, \tag{6}$$

kde $\delta\overline{D}$ je variace matice D. Integraci podle ε nemůžeme zatím provést, protože známé matice argumentu ε jsou v (6) odděleny zatím neznámými maticemi. Lze prokázat, že stopa součinu matic se nemění, zaměníme-li cyklicky pořadí matic v součinu. Výraz (6) můžeme tudíž upravit na tvar

$$\int_{\Gamma_0} \mathrm{tr}\,\delta\overline{D}\left[{}^1SD^T\int_0^1 G^T(\varepsilon)\,\overline{G}(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon - {}^2S\int_0^1 \Gamma_W^T(\varepsilon)\,\overline{G}(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon\right]\frac{\mathrm{d}z}{z} = 0\,. \tag{7}$$

Zavedeme-li

$$\int_0^1 G^T(\varepsilon)\,\overline{G}(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon = A\,,$$

$${}^2S\int_0^1 \Gamma_W^T(\varepsilon)\,\overline{G}(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon = B\,,$$

můžeme podmínku minima $I(\varepsilon)$ vyjádřit rovnicí

$$({}^1SD^TA - B)\,\frac{1}{z} = \Lambda\,, \tag{8}$$

kde Λ je matice regulárních funkcí uvnitř jednotkové kružnice. Z rovnice (8) vypočteme

$$D^T = z\,{}^1S^{-1}\left(\frac{B}{z} + \Lambda\right)A^{-1} = \frac{z}{\Delta_S\Delta_A}\,{}^1\sigma\left(\frac{B}{z} + \Lambda\right)\alpha\,, \tag{9}$$

kde

$$^{1}S^{-1} = \frac{1}{\Delta_S} {}^{1}\sigma \quad \text{a} \quad A^{-1} = \frac{1}{\Delta_A} \alpha .$$

Přitom Δ_S a Δ_A jsou determinanty matic ^1S a A. Označme $\Delta_S \Delta_A = \Delta_{SA} = \Delta_{SA}^+ \Delta_{SA}^-$ kde Δ_{SA}^+ nemá póly a nuly vně jednotkové kružnice a Δ_{SA}^- nemá póly a nuly uvnitř jednotkové kružnice. Pak

$$D_{\text{opt}}^T = \frac{z}{\Delta_{SA}^+} \left[\frac{^1\sigma B \alpha}{z \Delta_{SA}^-} + \frac{^1\sigma \Lambda \alpha}{\Delta_{SA}^-} \right]_+ , \tag{10}$$

kde + u hranaté závorky značí jen ty složky, jejichž póly leží uvnitř stabilní oblasti roviny z. Druhý člen v hranaté závorce obsahuje neznámou matici Λ. Každý prvek matice

$$\frac{^1\sigma \Lambda \alpha}{\Delta_{SA}^-} \tag{11}$$

můžeme vyjádřit jako součet

$$\sum_k \frac{c_k}{z - z_k} + \psi^- , \tag{12}$$

kde z_k jsou jen ty póly prvků matic $^1\sigma$ a α, které leží v stabilní oblasti roviny z, c_k jsou zatím neznámé koeficienty a ψ^- jsou složky, jejichž póly leží vně stabilní oblasti roviny z. Koeficienty c_k určíme tak, že matici D^T s neznámými koeficienty c_k, vypočtenou podle rovnice (10) dosadíme do rovnice (8), rozložíme všechny funkce této rovnice na dílčí zlomky a oddělíme ty dílčí zlomky, jejichž póly leží vně oblasti stability

$$\left[\frac{1}{z} {}^1S D^T A \right]_+ = \left[\frac{1}{z} B \right]_+ . \tag{13}$$

Z podmínky, že dílčí zlomky se stejnými póly na obou stranách rovnice (13) musí mít i stejné koeficienty v čitateli, určíme hledané koeficienty c_k. Rovnice (13) určuje v nezávislých soustav lineárních algebraických rovnic s neznámými koeficienty c_k.

Každý prvek matice D^T můžeme tudíž podle vztahu (10) vyjádřit výrazem

$$D_{ij} = \frac{z}{\Delta_{SA}^+} \sum_\mu \frac{c_\mu}{z - z_\mu} . \tag{14}$$

Je zřejmé, že součet ve výrazu (14) dá vždy fyzikálně realizovatelný výraz, který rozveden v řadu, začíná členem se z^{-1}. Naproti tomu činitel z/Δ_{SA}^+ můžeme vyjádřit obecně řadou

$$\frac{z}{\Delta_{SA}^+} = a_1 z^{N-M} + a_2 z^{N-M-1} + \ldots + a_q + a_{q+1} z^{-1} + \ldots , \tag{15}$$

jestliže $N > M$ a kde N je stupeň polynomu jmenovatele a M stupeň polynomu čitatele funkce z/Δ_{AS}^+. Prvky matice $G(\varepsilon)$, rozvedeny v řadu, nechť začínají členem při z^{-g}. Prvky matice, které předem částečně determinují přenosy řízení v matici K_w nechť, rozvedeny v řadu, začínají členem při z^{-l}. (V uvažovaném případě je $l = g$.) Podle vztahu (5) mají pak prvky matice $K_w(\varepsilon)$, rozvedeny v řadu, u prvního členu exponent při z hodnoty

$$-l + N - M - 1 = -h \,. \tag{16}$$

Podle definice fyzikální realizovatelnosti má být $h \geqq g$ pro $\varepsilon = 0$. Není-li podmínka fyzikální realizovatelnosti splněna, můžeme přenos řízení považovat za částečně předem determinovaný nejen vlastnostmi regulované soustavy podle vztah (5), ale též podmínkami fyzikální realizovatenosti, tj. činitelem $z^{-\varrho}$. S tímto činitelem se změní rovnice (16) na tvar

$$-\varrho - l + N - M - 1 = -h \,. \tag{17}$$

Pro $h = g$ je

$$\begin{cases} \varrho = N - M - l + g - 1 & \text{pro} \quad N > M + l - g + 1 \,, \\ \varrho = 0 & \text{pro} \quad N \leqq M + l - g + 1 \,. \end{cases} \tag{18}$$

Rovnice (5) a (10) nabývají s činitelem $z^{-\varrho}$ tvaru

$$K_w(\varepsilon) = z^{-\varrho}\, G(\varepsilon)\, D \,, \tag{19}$$

$$D^T_{\text{opt}} = \frac{z}{\Delta^+_{SA}} \left[\frac{z^{\varrho}\, {}^1\sigma B \alpha}{z \Delta^-_{SA}} + \frac{{}^1\sigma A \alpha}{\Delta^+_{SA}} \right]_+ . \tag{20}$$

Je zřejmé, že činitel z^{ϱ} ve výrazu (20) má vliv na velikost koeficientů c_μ ve výrazu (14). Možno poznamenat, že činitel $z^{-\varrho}$ nemusí být společný pro všechny prvky matice $K_w(\varepsilon)$. U vzájemně korelovaných vstupních signálů stačí, s ohledem na způsob určování koeficientů c_k ve výrazu (12), je-li činitel $z^{-\varrho}$ společný pro všechny prvky jedné řádky matice $K_w(\varepsilon)$. U vzájemně nekorelovaných vstupních signálů může být činitel z jiný pro každý prvek matice $K_w(\varepsilon)$. Je proto účelné kontrolovat podmínky fyzikální realizovatelnosti u jednotlivých prvků matice $K_w(\varepsilon)$ a uplatňovat činitel $z^{-\varrho}$ jen pro ty prvky, které s $\varrho = 0$ podmínky fyzikální realizovatelnosti nesplňují. Ve vztahu (19) a (20) je činitel $z^{-\varrho}$ s ohledem na stručnost výkladu společný pro všechny prvky matice $K_w(\varepsilon)$. V takovém případě je $\varrho = \max \varrho_{ij}$, kde ϱ_{ij} přísluší jednotlivým prvkům matice $K_w(\varepsilon)$ podle podmínek fyzikální realizovatelnosti.

3. KOMPENZACE PORUCHOVÝCH VELIČIN

Podle obr. 2 je pro $W = 0$ přenos obvodu při kompenzaci poruchových veličin

$$K_u(\varepsilon) = G_u(\varepsilon) - G(\varepsilon)\, D G_u \,, \tag{21}$$

kde D jako v rovnici (5) je matice

$$D = P(1 + GP)^{-1} . \tag{22}$$

Matice $K_u(\varepsilon)$ je tudíž předem částečně determinována maticemi $G_u(\varepsilon)$, G_u a $G(\varepsilon)$. Stejným postupem jako v odstavci 2 vypočteme matici spektrálních hustot vektoru odchylky $\Delta(n, \varepsilon)$

$$\begin{aligned} S_{\Delta\Delta}(\varepsilon) = {} & \bar{\Gamma}_u(\varepsilon)\, S_{uu}\Gamma_u^T - \bar{\Gamma}_u(\varepsilon)\, S_{uu}[G_u^T(\varepsilon) - G_u^T D^T\, G^T(\varepsilon)] - \\ & - [\bar{G}_u(\varepsilon) - \bar{G}(\varepsilon)\, \bar{D}\bar{G}_u]\, S_{uu}\, \Gamma_u^T(\varepsilon) + \\ & + [\bar{G}_u(\varepsilon) - \bar{G}(\varepsilon)\, \bar{D}\bar{G}_u]\, S_{uu}[G_u^T(\varepsilon) - G_u^T D^T\, G^T(\varepsilon)] \end{aligned} \tag{23}$$

a podmínka minima integrálu (2)

$$[\bar{G}_u S_{uu} G_u^T D^T B - \bar{G}_u S_{uu}(A - C)] \frac{1}{z} = \Lambda , \tag{24}$$

kde Λ je matice regulárních funkcí uvnitř jednotkové kružnice se středem v počátku komplexní roviny z a kde

$$\left\{ \begin{aligned} A &= \int_0^1 G_u^T(\varepsilon)\, \bar{G}(\varepsilon)\, d\varepsilon , \\ B &= \int_0^1 G^T(\varepsilon)\, \bar{G}(\varepsilon)\, d\varepsilon , \\ C &= \int_0^1 \Gamma_u^T(\varepsilon)\, \bar{G}(\varepsilon)\, d\varepsilon , \end{aligned} \right. \tag{25}$$

$$D_{\mathrm{opt}}^T = \frac{z}{\Delta_{MB}^+} \left[\frac{\mu F \beta}{z \Delta_{MB}^-} + \frac{\mu \Lambda \beta}{\Delta_{MB}^-} \right]_+ , \tag{26}$$

kde μ, β, Δ_{MB}^-, Δ_{MB}^+ a F jsou definovány vztahy

$$\left\{ \begin{aligned} M^{-1} &= \frac{1}{\Delta_M} \mu ; \quad M = \bar{G}_u S_{uu} G^T , \\ B^{-1} &= \frac{1}{\Delta_B} \beta ; \quad \Delta_M \Delta_B = \Delta_{MB} = \Delta_{MB}^+ \Delta_{MB}^- , \\ F &= \bar{G}_u S_{uu}(A - C) . \end{aligned} \right. \tag{27}$$

Zde opět Δ_M a Δ_B jsou determinanty matic M a B. O určení hledané matice D_{opt}^T platí zde totéž, co bylo řečeno v odstavci 2 k výrazu (10). Zabývejme se nyní otázkou fyzikální realizovatelnosti určované matice přenosu

$$K_u = G_u = GDG_u . \tag{28}$$

Z rovnice (28) je patrno, že složka G_u přísluší samotné regulované soustavě bez kompenzace vlivu poruch a složka GDG_u vyjadřuje vliv kompenzace zpětnovazební smyčkou. Jednotlivé prvky matice G_u můžeme vyjádřit mocninnou řadou

$$G_{u,ik} = b_m z^{-m} + b_{m+1} z^{-(m+1)} + \ldots \tag{29}$$

Použijeme dále pro prvky matic G a D, po rozvedení v řady, stejné označení exponentů při komplexní proměnné z jako v odstavci 2. Prvky matic, které předem částečně determinují zpětnovazební složky přenosů v matici K_u, nechť, rozvedeny v jedinou řadu pro každý prvek matice K_u, začínají členem při z^{-l}. (V uvažovaném případě je $l = m + g$.) Pak pro první exponent složky, příslušné zpětnovazební smyčce, platí vztah (16). Podle podmínek fyzikální realizovatelnosti má být $h \geqq m + g$. Vyslovená podmínka vyplývá z toho, že číslicový korekční člen dostává informaci o změně poruchové veličiny zpožděnou o interval mT. V okamžiku mT však nemůže počítač vliv poruchy ještě kompenzovat protože výstupní signál počítače v okamžiku mT se přenáší soustavou G a na výstupu této soustavy se projeví se zpožděním gT.

Není-li splněn požadavek vyjádřený rovnicí (16) můžeme činitelem $z^{-\varrho}$ u matice D požadavek fyzikální realizovatelnosti předem determinovat. Exponent ϱ vypočteme z podmínky (17).

Pro $h = m + g$ je

$$\begin{cases} \varrho = N - M + g + m - l - 1 & \text{pro} \quad N > M - g - m + l + 1\,, \\ \varrho = 0 & \text{pro} \quad N \leqq M - g - m + l + 1\,. \end{cases} \tag{30}$$

O způsobu uplatňování činitele $z^{-\varrho}$ platí zde stejné připomínky, které byly uvedeny v závěru odstavce 2.

4. PŘÍKLADY

S ohledem na stručnost ukážeme aplikaci teoretických výsledků na dvou jednoduchých příkladech jednoparametrových regulačních obvodů.

Příklad 1

Nechť pro řízení je

$$\Gamma_w(z, 0) = 1$$

a

$$^1S(z, 0) = {}^2S(z, 0) + [S_{uu}(z, 0) = \frac{-0{,}15z}{(z - 0{,}5)(z - 2)} + 1 =$$

$$= \frac{(z - 0{,}4558)(z - 2{,}1942)}{(z - 0{,}5)(z - 2)}\,.$$

Upustíme-li od integrace podle nezávisle proměnné ε a za předpokladu, že přenos řízení není předem determinován spojitě pracující částí regulačního obvodu, zjednoduší se výraz (20) na tvar

$$D_{\text{opt}} = \frac{1}{\Phi^+}\left[\frac{z^{\varrho}\,{}^2S\Gamma_w}{z\Phi^-}\right]_+ ; \quad \Phi^+\Phi^- = \frac{1}{z}\,{}^1S\,, \tag{31}$$

kde podle zadání

$$\Phi^+ = \frac{z - 0{,}4558}{z(z - 0{,}5)} ; \quad \Phi^- = \frac{z - 2{,}1942}{z - 2} . \tag{32}$$

V rovnici (18) je $N = 2$, $M = 1$, $l = 0$ a nechť $g = 1$ (regulovaná soustava je řádu $n > 0$ a bez dopravního zpoždění). Z rovnice (18) plyne $\varrho = 1$. Po dosazení do výrazu (32) vypočteme

$$D_{\text{opt}} = \frac{0{,}0442}{1 - 0{,}4558z^{-1}} . \tag{33}$$

Optimální přenos řízení je

$$K_w = z^{-1}D_{\text{opt}} = \frac{0{,}0442z^{-1}}{1 - 0{,}4558z^{-1}} . \tag{34}$$

Kdybychom přenos řízení předem nedeterminovali podmínkami fysikální realisovatelnosti, stanovili bychom fysikálně nerealisovatelný přenos

$$K_w = \frac{0{,}0885}{1 - 0{,}4558z^{-1}} . \tag{35}$$

Příklad 2

Nechť pro kompenzaci poruchy je

$$\Gamma_u(z, 0) = 0\,,$$

$$S_{uu}(z, 0) = \frac{-1{,}5z}{(z - 0{,}5)(z - 2)}\,,$$

$$G(z, 0) = \frac{0{,}1306z^{-1}(1 + 2{,}9276z^{-1})(1 + 0{,}2071z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - 0{,}6065z^{-1})^2}\,,$$

$$G_u(z, 0) = \frac{0{,}3608z^{-1} + 0{,}2585z^{-2}}{(1 - 0{,}6065z^{-1})^2} .$$

Upustíme-li opět od integrace podle nezávisle proměnné ε, je přenos poruchy K_u předem částečně determinován podmínkami stability podle vztahu

$$K_u = G_u - z^{-\varrho}B^{-}D\,, \tag{36}$$

kde $B^- = (1 + 2{,}9276z^{-1})$ tj. nestabilní kořenový činitel čitatele přenosu G. (26) v tomto jednoduchém případu nabývá tvaru

$$
\left\{
\begin{aligned}
D_{\mathrm{opt}} &= \frac{1}{\Phi^+}\left[\frac{z^{\varrho} G_u S_{uu} \bar{B}^-}{z\Phi^-}\right]_+ ,\\
\Phi^+ \Phi^- &= \frac{1}{z} B^- \bar{B}^- S_{uu} ,
\end{aligned}
\right.
\tag{37}
$$

kde podle zadání

$$
\Phi^+ = \frac{-4{,}3914(z + 0{,}3416)}{z(z - 0{,}5)} ; \quad \Phi^- = \frac{z + 2{,}9276}{z - 2} .
\tag{38}
$$

V rovnici (30) je $N = 2$, $M = 1$, $l = 0$, $h = m + g = 2$,

$$
\varrho = N - M - 1 - l + m + g = 2 .
\tag{39}
$$

Po dosazení do výrazů (37) vypočteme

$$
D_{\mathrm{opt}} = \frac{0{,}3576 - 0{,}2065z^{-1} + 0{,}0408z^{-2}}{(1 + 0{,}3416z^{-1})(1 - 0{,}6065z^{-1})^2} .
\tag{40}
$$

Optimální přenos pro kompenzaci poruchy je pak podle rovnice (36)

$$
K_w = \frac{0{,}3608z^{-1} + 0{,}0241z^{-2} - 0{,}7521z^{-3} + 0{,}5637z^{-4} - 0{,}1194z^{-5}}{1 - 0{,}8714z^{-1} - 0{,}0466z^{-2} + 0{,}1256z^{-3}} .
$$

Z výsledků je patrno, že první koeficient v čitateli přenosu K_u je stejný jako první koeficient v čitateli přenosu G_u. To znamená, že číslicový korekční člen v časovém okamžiku T podle požadavku fyzikální realizovatelnosti ještě nezasahuje.

(Došlo dne 23. dubna 1965.)

LITERATURA

[1] Cypkin Ja Z.: Teorija linejnych impulsnych sistem. Fizmatgiz, Moskva, 1963.

[2] Chang S. S. L.: Synthesis of Optimum Control Systems. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York 1961.

[3] Strejc V. a kol.: Syntéza regulačních obvodů s číslicovým počítačem. NČSAV, Praha 1965.

[4] Strejc V.: The Theory of the Synthesis of a Multi-Parameter, Hybrid Linear Control System Exposed to the Action of Stationary, Cross Correlated, Random Input Signals. Stroje na zpracování informací 12. NČSAV, Praha (v tisku).

The Physical Realizability of an Optimum, ν-Parameter, Discrete, Linear Control System Determined in Wiener's Sense

VLADIMÍR STREJC

The paper deals with the theory of the synthesis of linear loops with a continuously operating controlled system and with a discretely acting controller; the input signals of the loop are cross correlated random signals. It is assumed that the controllers, or the discretely acting correcting members, are realized by an automatic computer directly connected in the feedback to the controlled system.

In the paper attention is drawn to the fact that in some cases the normal synthesis procedure according to the minimum of mean square deviation may lead to physically unrealizable transfer functions of closed control loops. It is also shown that there are different conditions of physical realizability for loops designed for optimal controlling action where operative command signals are distorted by disturbances, and for loops designed for the optimal compensation of disturbances where command signals are invariable.

The method by which it is possible to decide in advance whether the resultant transfer functions of closed control lopps will be physically realizable or not is demonstrated. For the latter case a modified synthesis procedure by which it is possible to ensure the conditions of physical realizability is put forward. The theory of synthesis in this sense has been worked out generally for multi-parameter, linear control loops with cross correlated input signals; it is assumed that disturbances may act at the same points as the command signals, or at any arbitrary input points of the controlled system. The results can be also easily applied to simple, e.g. single-parameter control loops.

The paper ends with two examples of the application of the proposed modified synthesis procedure; in both examples normal procedure leads to a physically unrealizable solution.

Inž. Vladimír Strejc, DrSc., Ústav teorie informace a automatizace ČSAV, Vyšehradská 49, Praha 2.