KYBERNETIKA ČÍSLO 3, ROČNÍK 5/1969

K analýze lineárních systémů s algebraicky a exponenciálně proměnnými parametry

VÁCLAV SOUKUP

V článku se popisují některá uplatnění Laplaceovy transformace při analýze lineárních nestacionárních systémů. Ukazuje se, jak lze zjednodušit vyšetřování systémů s algebraickou (polynomickou) a exponenciální změnou parametrů a určení odezev na některé typické vstupní signály.

1. ÚVOD

Lineární dynamický systém s časově proměnnými parametry a jedním vstupem a výstupem je obecně popsán diferenciální rovnicí

$$\sum_{i=0}^{n} a_i(t) \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t) = \sum_{j=0}^{m} b_j(t) \frac{\mathrm{d}^j}{\mathrm{d}t^j} y(t) ; \quad m < n . \tag{1}$$

Zde značí $x(t)$ výstupní veličinu, $y(t)$ vstupní veličinu, $a_i(t)$, $b_j(t)$ časově proměnné koeficienty systému (známé funkce času t).

Analýza systému spočívá v určení výstupní veličiny $x(t)$ pro známý průběh vstupní veličiny $y(t)$, tedy v řešení rovnice (1) při daných počátečních podmínkách

$$\left\{\frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t)\right\}_{t=0} = x_{i0} , \quad i = 0, 1, \ldots, n - 1 . \tag{2}$$

Dynamické chování systému (1) se často charakterizuje odezvou na vstupní signál tvaru Diracovy impulsní funkce $\delta(t - \xi)$ definované vztahy

$$\delta(t - \xi) = \begin{cases} 0 & t \neq \xi , \\ \infty & t = \xi , \end{cases} \tag{3}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - \xi) \, \mathrm{d}t = 1 .$$

Odezva systému, který byl před přiložením Diracova impulsu v klidu, je impulsní přechodová charakteristika $k(t, \xi)$. Je tedy $k(t, \xi)$ řešením rovnice

$$\sum_{i=0}^{n} a_i(t) \frac{\partial^i}{\partial t^i} k(t, \xi) = \sum_{j=0}^{m} b_j(t) \frac{\partial^j}{\partial t^j} \delta(t - \xi) \tag{4}$$

při nulových počátečních podmínkách v čase přiložení impulsu

$$\left\{\frac{\partial^i}{\partial t^i} k(t, \xi)\right\}_{t=\xi} = 0\,, \quad i = 0,1 \ldots, n - 1\,. \tag{5}$$

Impulsní přechodová charakteristika má pro lineární systémy s proměnnými koeficienty základní význam, umožňuje totiž vyjádřit vztah mezi libovolným spojitým vstupním signálem a signálem výstupním. Počítáme-li běžný čas t od okamžiku přiložení vstupního signálu $y(t)$ k systému, který byl do té doby v klidu, a respektujeme-li fyzikální podmínku

$$k(t, \xi) = 0 \quad \text{pro} \quad t < \xi\,, \tag{6}$$

platí mezi vstupem a výstupem integrální vztah

$$x(t) = \int_0^t k(t, \xi) y(\xi) \, d\xi\,. \tag{7}$$

Pokud jsou počáteční podmínky při přiložení vstupního signálu nenulové, je možná jejich transformace v ekvivalentní vstupní signál [1] a ke stanovení celkového průběhu výstupu lze opět použít integrál (7).

Připomeňme, že pro stacionární systém je $k(t, \xi) = k(t - \xi) = k(\tau)$ a vztah (7) přechází v konvolutorní integrál

$$x(t) = \int_0^t k(\tau)\, y(t - \tau) \, d\tau\,. \tag{8}$$

2. ANALÝZA S POUŽITÍM LAPLACEOVY TRANSFORMACE

Není-li předem známa impulsní přechodová charakteristika systému s proměnnými parametry, vyplývá z úvodních úvah nutnost řešit při jeho analýze rovnice (1), (2) nebo (4), (5). Přesné analytické řešení lineárních diferenciálních rovnic s proměnnými koeficienty je možné jen pro rovnice prvního řádu, ve všech ostatních případech musíme použít metod přibližných.

Pro systémy automatické regulace, u nichž se parametry mění zpravidla pomalu vzhledem k průběhu $k(t, \xi)$ (systémy kvazistacionární), je v [1] uvedena vhodná iterační metoda používající Laplaceovy transformace.

Při této metodě je každý z koeficientů $a_i(t)$ levé strany rovnice (1) resp. (4) rozdělen na konstantní a proměnnou složku

(9) $$a_i(t) = \bar{a}_i + \tilde{a}_i(t)\,.$$

Označíme-li pravou stranu, která je známou funkcí času, jako

(10) $$y_0(t) = \sum_{j=0}^{m} b_j(t) \frac{\mathrm{d}^j}{\mathrm{d}t^j} y(t)\,,$$

je možno rovnici (1) přepsat na tvar

(11) $$\sum_{i=0}^{n} \bar{a}_i \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t) = y_0(t) - \sum_{i=0}^{n} \tilde{a}_i(t) \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t)\,.$$

Laplaceův obraz ($t \to p$) rovnice (11) je při výše zdůvodněných nulových počátečních podmínkách

(12) $$\sum_{i=0}^{n} \bar{a}_i p^i X(p) = Y_0(p) - \mathscr{L}\left\{\sum_{i=0}^{n} \tilde{a}_i(t) \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t)\right\}.$$

Označíme-li

(13) $$\Phi(p) = \frac{1}{\sum_{i=0}^{n} \bar{a}_i p^i}\,,$$

dostáváme pro obraz výstupní veličiny

(14) $$X(p) = \Phi(p)\, Y_0(p) - \Phi(p)\, \mathscr{L}\left\{\sum_{i=0}^{n} \tilde{a}_i(t) \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t)\right\}.$$

Vzhledem k uvažované malé změně koeficientů $a_i(t)$ lze k přibližnému řešení rovnice (11), resp. (12) použít iterační metodu postupných aproximací.

Obraz výstupní veličiny dostáváme ve tvaru nekonečné řady

(15) $$X(p) = X_0(p) - X_1(p) + X_2(p) - \ldots,$$

kde

(16) $$X_0(p) = \Phi(p)\, Y_0(p)$$

a

(17) $$X_{k+1}(p) = \Phi(p)\, \mathscr{L}\left\{\sum_{i=0}^{n} \tilde{a}_i(t) \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x_k(t)\right\}; \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

V originále platí pro výstupní veličinu

$$x(t) = x_0(t) - x_1(t) + x_2(t) - \ldots, \tag{18}$$

kde

$$x_k(t) = \mathscr{L}^{-1}\{X_k(p)\}. \tag{19}$$

Je zřejmé, že konečný počet členů řady (18) aproximuje hledané řešení v určitém časovém úseku s přesností vzrůstající s počtem uvažovaných členů jen v případě konvergence řady (18) ke správnému řešení rovnice (1). Problémy konvergence řad tohoto typu jsou vyšetřovány v [2], [3], kde je dokázáno, že pro stejnoměrnou konvergenci řady (18) v intervalu $[0, T]$ ke správnému řešení je postačující splnění podmínky

$$\max_{0 \leqq t \leqq T} \frac{|\tilde{a}_n(t)|}{|\bar{a}_n|} < 1. \tag{20}$$

Jestliže (20) platí pro všechna $0 \leq t \leq \infty$ a pokud existuje obraz přesného řešení, konverguje řada (15) k tomuto obrazu. K získání dostatečně přesné aproximace konečnou řadou i jejího obrazu uvedeným způsobem však není splnění těchto posledních předpokladů nutné; vedle splnění (20) v konečném intervalu je nutná jen existence obrazů (17). Pokud ovšem (20) platí jen v intervalu $[0, T]$, je aproximace řešení řadou (18) použitelná jen v tomto intervalu.

3. ANALÝZA SYSTÉMŮ S ALGEBRAICKOU A EXPONENCIÁLNÍ ZMĚNOU PARAMETRŮ

V popsaném způsobu vyšetřování je podle vztahu (17) k určení každého členu řady (15) obecně nutná znalost originálu předcházejícího členu, resp. jeho i-té derivace. Zpětná transformace členů $X_k(p)$ řady (15) značně komplikuje celý postup. Ukážeme, že pro některé případy proměnných koeficientů lze výpočet provádět pouze v obrazové oblasti. To je výhodné zejména tehdy, když je při vyšetřování systému znalost obrazu výstupní veličiny nebo impulsní přechodové charakteristiky postačující. Požadujeme-li časový originál řešení, je ovšem nutné provést nakonec zpětnou transformaci; i tato operace bývá však v závěru zpravidla jednodušší než transformace při každém kroku výpočtu.

a) Jestliže se koeficienty $a_i(t)$ levé strany rovnice (1) mění algebraicky s časem tak, že

$$a_i(t) = \sum_{\mu=0}^{\varrho} a_{\mu i} t^{\mu}$$

($a_{\mu i}$ jsou konstanty), a tedy jejich časově proměnné složky podle (9) jsou

$$\tilde{a}_i(t) = \sum_{\mu=1}^{\varrho} a_{\mu i} t^\mu \,, \tag{21}$$

platí podle pravidel Laplaceovy transformace [4] při nulových počátečních podmínkách

$$\mathscr{L}\left\{\tilde{a}_i(t) \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t)\right\} = \mathscr{L}\left\{\sum_{\mu=1}^{\varrho} a_{\mu i} t^\mu \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t)\right\} = \sum_{\mu=1}^{\varrho} a_{\mu i}(-1)^\mu \frac{\mathrm{d}^\mu}{\mathrm{d}p^\mu} [p^i X(p)] \,. \tag{22}$$

Pro koeficienty $a_i(t)$ vesměs tohoto typu dostáváme dosazením (22) do rekurentního vzorce (17)

$$X_{k+1}(p) = \Phi(p) \sum_{i=0}^{n} \sum_{\mu=1}^{\varrho} a_{\mu i}(-1)^\mu \frac{\mathrm{d}^\mu}{\mathrm{d}p^\mu} [p^i X_k(p)] \,. \tag{23}$$

b) V případě exponenciální změny parametrů

$$a_i(t) = \bar{a}_i + \sum_{\nu=1}^{\sigma} a_{\nu i} \mathrm{e}^{\alpha_\nu t} \tag{24}$$

($a_{\nu i}$, α_ν konst.) je zřejmě

$$\tilde{a}_i(t) = \sum_{\nu=1}^{\sigma} a_{\nu i} \mathrm{e}^{\alpha_\nu t} \,. \tag{25}$$

Podle pravidla Laplaceovy transformace o násobení časové funkce exponencielou platí

$$\mathscr{L}\left\{\tilde{a}_i(t) \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t)\right\} = \mathscr{L}\left\{\sum_{\nu=1}^{\sigma} a_{\nu i} \mathrm{e}^{\alpha_\nu t} \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t)\right\} = \tag{26}$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\sigma} a_{\nu i}(p - \alpha_\nu)^i X(p - \alpha_\nu) \,.$$

Jsou-li všechny koeficienty typu (24), nabývá (17) tvaru

$$X_{k+1}(p) = \Phi(p) \sum_{i=0}^{n} \sum_{\nu=1}^{\sigma} a_{\nu i}(p - \alpha_\nu)^i X_k(p - \alpha_\nu) \,. \tag{27}$$

c) Konečně pro parametr s kombinovanou proměnnou složkou

$$\tilde{a}_i(t) = \sum_{\mu=1}^{\varrho} \sum_{\nu=1}^{\sigma} a_{\mu\nu i} t^\mu \mathrm{e}^{\alpha_\nu t} \tag{28}$$

platí

$$\mathscr{L}\left\{\tilde{a}_i(t) \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} x(t)\right\} = \sum_{\mu=1}^{\varrho} \sum_{\nu=1}^{\sigma} a_{\mu\nu i}(-1)^\mu \frac{\mathrm{d}^\mu}{\mathrm{d}p^\mu} [(p - \alpha_\nu)^i X(p - \alpha_\nu)] \,. \tag{29}$$

Rozšíříme-li součet (28) i pro $\mu = 0$, dostáváme obecný výraz, v kterém jsou obsaženy i prvé dva typy koeficientů. Rekurentní vzorec (17) pro

(30) $$\tilde{a}_i(t) = \sum_{\mu=0}^{\varrho} \sum_{\nu=1}^{\sigma} a_{\mu\nu i} t^\mu e^{\alpha_\nu t}$$

má pak tvar

(31) $$X_{k+1}(p) = \Phi(p) \sum_{i=0}^{n} \sum_{\mu=0}^{\varrho} \sum_{\nu=1}^{\sigma} a_{\mu\nu i}(-1)^\mu \frac{d^\mu}{dp^\mu} [(p - \alpha_\nu)^i X_k(p - \alpha_\nu)] .$$

Platnost věty o lineáritě Laplaceovy transformace umožňuje určit $X_{k+1}(p)$ superpozicí obrazů příslušných jednotlivým proměnným složkám koeficientů typu (21), (25), (30) pomocí obrazu předchozího členu $X_k(p)$.

Algebraická i exponenciální změna parametrů je v dynamických systémech dosti častá, a proto popsané zjednodušení postupu může být užitečné. Navíc při vyšetřování bez nároků na vyšší přesnost je možno koeficienty $a_i(t)$ jiného tvaru aproximovat některým uvedeným typem.

4. URČENÍ ODEZVY NA DETERMINOVANÝ VSTUPNÍ SIGNÁL PŘI ZNÁMÉM LAPLACEOVĚ OBRAZU IMPULSNÍ CHARAKTERISTIKY

Označíme $g(t, \xi)$ impulsní přechodovou charakteristiku systému

(32) $$\sum_{i=0}^{n} a_i(t) \frac{d^i}{dt^i} x(t) = y(t) ,$$

tj. systému (1) pro $b_0 = 1$; $b_j = 0, j > 0$.

Obraz této impulsní charakteristiky

$$G(p, \xi) = \int_0^\infty g(t, \xi) e^{-pt} dt$$

určíme popsaným způsobem z rovnice

(33) $$\sum_{i=0}^{n} a_i(t) \frac{\partial^i}{\partial t^i} g(t, \xi) = \delta(t - \xi)$$

jako řadu

(34) $$G(p, \xi) = G_0(p, \xi) - G_1(p, \xi) + G_2(p, \xi) - \dots ,$$

kde

(35) $$G_0(p, \xi) = \Phi(p) e^{-p\xi} ,$$

(36) $$G_{k+1}(p, \xi) = \Phi(p) \mathscr{L}_t \left\{ \sum_{i=0}^{n} \tilde{a}_i(t) \frac{\partial^i}{\partial t^i} g_k(t, \xi) \right\} , \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

V originálu platí

$$g(t, \xi) = g_0(t, \xi) - g_1(t, \xi) + g_2(t, \xi) - \dots, \tag{37}$$

$$g_k(t, \xi) = \mathscr{L}^{-1}_{p \to t}\{G_k(p, \xi)\}. \tag{38}$$

Jestliže je známa impulsní přechodová charakteristika $g(t, \xi)$ systému (32), lze určit charakteristiku $k(t, \xi)$ systému (1) formulí [1]

$$k(t, \xi) = \sum_{j=0}^{m} (-1)^j \frac{\partial^j}{\partial \xi^j} [b_j(\xi) \, g(t, \xi)]. \tag{39}$$

Pro Laplaceovy obrazy charakteristik platí podobně

$$K(p, \xi) = \sum_{j=0}^{m} (-1)^j \frac{\partial^j}{\partial \xi^j} [b_j(\xi) \, G(p, \xi)]. \tag{40}$$

Provedeme-li Laplaceovu transformaci základní rovnice (7) mezi vstupem a výstupem systému, dostaneme záměnou pořadí integrace

$$\begin{aligned} X(p) &= \int_0^\infty e^{-pt} \int_0^t k(t, \xi) \, y(\xi) \, d\xi \, dt = \\ &= \int_0^\infty y(\xi) \int_0^\infty k(t, \xi) \, e^{-pt} \, dt \, d\xi = \int_0^\infty K(p, \xi) \, y(\xi) \, d\xi. \end{aligned} \tag{41}$$

Integrál (41) udává vztah mezi obrazem výstupní veličiny a veličinou vstupní, zprostředkovaný obrazem impulsní charakteristiky. Funkci $K(p, \xi)$ je možno nazvat zobecněnou přenosovou funkcí lineárního nestacionárního systému.

Je-li známa nebo prostřednictvím vztahů (34) až (36) a (40) přibližně určena $K(p, \xi)$, určuje (41) obraz odezvy na libovolný vstupní signál $y(t)$.

Výpočet integrálu (41) nemusí být vždy snadný, i zde může být vítanou pomůckou Laplaceova transformace.

Transformací $K(p, \xi)$ vzhledem k proměnné ξ dostaneme

$$\mathscr{L}_{\xi \to s}\{K(p, \xi)\} = \int_0^\infty K(p, \xi) \, e^{-s\xi} \, d\xi = \Gamma(p, s). \tag{42}$$

Pro některé typické vstupní signály lze pak použít pravidla o obrazu nevlastního integrálu:

a) pro vstupní signál tvaru jednotkového skoku polohy

$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0, \\ 1 & t > 0, \end{cases}$$

 je podle (41) a (42)

$$X(p) = \int_0^\infty K(p, \xi)\, d\xi = \lim_{\substack{s \to 0 \\ (\mathrm{Re}\, s > 0)}} \Gamma(p, s) \; ; \tag{43}$$

b) pro vstupní signál tvaru skoku rychlosti

$$y(t) = t$$

je

$$X(p) = \int_0^\infty K(p, \xi)\, \xi\, d\xi = \lim_{s \to 0} \left[-\frac{\partial}{\partial s} \Gamma(p, s) \right] ; \tag{44}$$

c) pro obecnější vstup tvaru polynomu

$$y(t) = \sum_{\mu=0}^{\varrho} c_\mu t^\mu$$

dostaneme podobně

$$X(p) = \lim_{s \to 0} \sum_{\mu=0}^{\varrho} c_\mu (-1)^\mu \frac{\partial^\mu}{\partial s^\mu} \Gamma(p, s) \; ; \tag{45}$$

d) pro exponenciální vstupní signál

$$y(t) = \sum_{\nu=1}^{\sigma} c_\nu e^{\alpha_\nu t}$$

je

$$X(p) = \lim_{s \to 0} \sum_{\nu=1}^{\sigma} c_\nu \Gamma(p, s - \alpha_\nu) \; ; \tag{46}$$

e) konečně pro vstupní signál

$$y(t) = \sum_{\mu=0}^{\varrho} \sum_{\nu=1}^{\sigma} c_{\mu\nu} t^\mu e^{\alpha_\nu t}$$

dostaneme

$$X(p) = \lim_{s \to 0} \sum_{\mu=0}^{\varrho} \sum_{\nu=1}^{\sigma} c_{\mu\nu} (-1)^\mu \frac{\partial^\mu}{\partial s^\mu} \Gamma(p, s - \alpha_\nu) \,. \tag{47}$$

5. PŘÍKLAD

Pro ilustraci popsané problematiky určíme

1. obraz impulsní charakteristiky (zobecněný přenos)
2. odezvu na jednotkový skok v čase $t = 0$ systému popsaného rovnicí

$$\frac{d^2}{dt^2} x(t) + 2 \frac{d}{dt} x(t) + (1 + te^{-t}) x(t) = y(t), \tag{48}$$

$$x(0) = \left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0} = 0 .$$

1. Podle (9) je v rovnici (48)

$$\bar{a}_0 = 1 , \quad \tilde{a}_0(t) = te^{-t} ,$$

$$\bar{a}_1 = 2 , \quad \tilde{a}_1(t) = 0 ,$$

$$\bar{a}_2 = 1 , \quad \tilde{a}_2(t) = 0$$

a vzhledem k (13) je

$$\Phi(p) = \frac{1}{(p + 1)^2} .$$

Podle (35) je

$$G_0(p, \xi) = \frac{e^{-p\xi}}{(p + 1)^2}$$

a dále s použitím vztahů (36) a (29)

$$G_1(p, \xi) = \Phi(p) \left[- \frac{\partial}{\partial p} G_0(p + 1, \xi) \right] = \frac{(p + 2)\, \xi + 2}{(p + 1)^2 (p + 2)^3} e^{-(p+1)\xi} ,$$

$$G_2(p, \xi) = \Phi(p) \left[- \frac{\partial}{\partial p} G_1(p + 1, \xi) \right] =$$

$$= \frac{\xi^2 p^3 + (8\xi + 6)\, \xi p^2 + (21\xi^2 + 32\xi + 10)\, p + 18\xi^2 + 42\xi + 24}{(p + 1)^2 (p + 2)^3 (p + 3)^4} e^{-(p+2)\xi}$$

atd.

Řada

$$g(t, \xi) = g_0(t, \xi) - g_1(t, \xi) + g_2(t, \xi) - \dots$$

konverguje stejnoměrně podle (20) pro $0 \leqq t \leqq \infty$.

Omezíme-li se na prvé tři členy řady (34), dostáváme v obraze

$$G(p, \xi) \approx \frac{e^{-p\xi}}{(p + 1)^2} \left[1 - \frac{(p + 2)\, \xi + 2}{(p + 2)^3} e^{-\xi} + \right.$$

$$\left. + \frac{\xi^2 p^3 + (8\xi + 6)\, \xi p^2 + (21\xi^2 + 32\xi + 10)\, p + 18\xi^2 + 42\xi + 24}{(p + 2)^3 (p + 3)^4} e^{-2\xi} \right] .$$

Pro systém (48) je zřejmě $K(p, \xi) = G(p, \xi)$.

2. Podle (42) je pak

$$\Gamma(p, s) \approx \frac{1}{(p+1)^2}\left[\frac{1}{s+p} - \frac{1}{(p+2)^2(s+p+1)^2} - \frac{2}{(p+2)^3(s+p+1)} + \right.$$

$$+ 2\frac{p^3 + 8p^2 + 21p + 18}{(p+2)^3(p+3)^4(s+p+2)^3} + \frac{6p^2 + 32p + 42}{(p+2)^3(p+3)^4(s+p+2)^2} +$$

$$\left. + \frac{10p + 24}{(p+2)^3(p+3)^4(s+p+2)}\right]$$

a ze vztahu (43)

$$X(p) \approx \frac{1}{(p+1)^2}\left[\frac{1}{p} - \frac{1}{(p+2)^2(p+1)^2} - \frac{2}{(p+2)^3(p+1)} + \right.$$

$$\left. + 2\frac{p^3 + 8p^2 + 21p + 18}{(p+2)^6(p+3)^4} + \frac{6p^2 + 32p + 42}{(p+2)^5(p+3)^4} + \frac{10p + 24}{(p+2)^4(p+3)^4}\right].$$

Zpětnou transformací dostaneme

$$x(t) \approx 1 - (22{,}375 - 4{,}375t + 0{,}166t^3)\,e^{-t} +$$
$$+ (26 + 17t + 4t^2 + 1{,}333t^3 + 0{,}167t^4)\,e^{-2t} -$$
$$- (4{,}625 + 5{,}625t + 2t^2 + 0{,}25t^3)\,e^{-3t}.$$

(Došlo dne 10. září 1968.)

LITERATURA

[1] Солодов А. В.: Линейные системы автоматического управления с переменными параметрами. ФИЗМАТГИЗ, Москва 1962.

[2] Квапиш М.: О нахождении переходных и передаточных функций линейных систем с переменными параметрами. Archiwum Elektrotechniki *XIV* (1965), 2, 261—270.

[3] Kvapisz M.: Some remarks on a certain method of successive approximations in differential equations. Colloquium Mathematicum *X* (1963), 1, 151—160.

[4] Gardner M. F., Barnes J. L.: Transients in Linear Systems. John Wiley, New York 1942.

On Analysis of Linear Systems with Algebraic and Exponential Time-Varying Parameters

VÁCLAV SOUKUP

The paper deals with some Laplace transform applications for investigation of continuous linear time-variable systems. The approximative iterative analysis method for control systems with slowly varying parameters and the fundamental assumption for its use are described. It is shown that this method can be simplified when used in complex domain in the case of algebraic (polynomial) and exponential changes of parameters. The integral relation between the output signal transform and the input signal is derived; this relation is based on the Laplace transform of the impulse response. We can use the rules of Laplace transform for solution of this integral for some important input signals.

Ing. Václav Soukup, Ústav teorie informace a automatizace ČSAV, Vyšehradská 49, Praha 2-Nové Město.