

Komponující algoritmus a obsah informace

ZDENĚK FENCL

Článek obsahuje popis pokusu o strojovou hudební kompozici vycházející z analýzy českých lidových písní a výpočet obsahu informace a redundance analyzované látky pro srovnání s některými dosud uveřejněnými analýzami hudebních děl.

Cílem této práce je dospět analyticko-syntetickou metodou k hudební kompozici stochastickým procesem a využít zkoumané látky k analýze z hlediska teorie informace. V první fázi postupu bylo zvoleno téma, které bylo podrobeno rozboru z hlediska několika složek hudební kompozice. Výsledky rozboru pak posloužily jednak k sestavení algoritmu, komponujícího na zpracované téma, jednak k výpočtu některých veličin charakterizujících obsah informace.

ANALÝZA

Jako předmět rozboru byly zvoleny české lidové písně s formou podle obr. 1.

Jedná se o malou dvoudílnou formu s reprízou prvního závěťí ($B_2 \equiv A_2$). Volba této formy není zcela náhodná, ale byla odvozena z poměrně velkého výskytu právě v českých lidových písních.*

Pro jednoznačnost rozboru byly vyloučeny písně v molové tónině, poněvadž by poněkud narušovaly diatonický charakter rozboru a všechny písně byly transponovány do tóniny C dur. Z celkového počtu všech českých lidových písní (tj. přibližně 500) bylo po předběžných eliminacích vybráno 87 písní.

Protože forma těchto písní obsahuje opakované první závěťí ($B_2 \equiv A_2$), vztahují se všechny fáze rozboru i komponujícího algoritmu pouze na prvních 12 taktů.

* Tuto formu obsahuje zhruba jedna pětina českých lidových písní (podle sbírky [6], tj. přibližně 100 písní).

Takt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Dvojtaktí	a_{11}		a_{12}		a_{21}		a_{22}		b_{11}		b_{12}		$b_{21} \equiv a_{21}$		$b_{22} \equiv a_{22}$	
Polověta	A_1				A_2				B_1				$B_2 \equiv A_2$			
Věta (Perioda)	A								B							

Obr. 1. Forma analyzovaných českých lidových písní.

Rozbor byl rozdělen na 4 části:

1. rozbor hudební formy,
2. rozbor harmonie,
3. rozbor rytmu,
4. rozbor melodie.

1. Z hlediska hudební formy byla pozorována totální shodnost (tj. jak harmonická, tak rytmická i melodická) některých hudebních prvků skladby. Velmi často se totálně opakují celá dvojtaktí. Tabulka 1 obsahuje relativní četnosti některých nejčastějších totálních shodností (označení se shodují s obr. 1).

Tabulka 1.

Relativní četnosti častých totálních shodností

$a_{11} \equiv a_{21}$	0,92
$a_{12} \equiv b_{11} \equiv b_{12}$	0,30
$a_{12} \equiv b_{11} \equiv b_{12}$	0,61

2. Rozbor harmonie, tak jako zbývající fáze rozboru, byl založen na pozorování hudebního prvku považovaného za Markovův řetězec prvního a druhého řádu. To znamená, že pravděpodobnost výskytu určitého písmene* odvozeného z relativních pozorovaných četností, závisí nanejvýše na bezprostředně předcházejícím písmenu. Při rozboru harmonie byly uvažovány 3 harmonické funkce – tónika (T), dominanta (D) a subdominanta (S) za předpokladu, že každý takt obsahuje jen jednu harmonic-

* Bylo zde použito termínu vžitého v teorii informace pro jakékoliv Markovovy řetězce a odvozeného ze sdělování zpráv a zvláště často používaného ve studiu lingvistiky, se kterou tento obor velmi úzce souvisí. Písmeno budiž zde i v dalších odstavcích chápáno jako harmonická funkce nebo rytmická hodnota nebo melodická hodnota.

kou funkci. Tabulka 2 obsahuje matici pravděpodobností přechodů těchto tří harmonických funkcí. Matice se však vztahuje jen na přechody uvnitř čtyřtaktí, tj. uvnitř jedné polověty. Matice tedy neobsahuje informaci o těchto dvou přechodech:

- 4. takt → 5. takt,
- 8. takt → 9. takt (tj. i 12. takt → 13. takt).

Pozornost zasluhují však i četnosti jednotlivých harmonických funkcí v průběhu celé skladby, tj. v každém taktu. Tuto informaci podává tabulka 3.

Tabulka 2.

Pravděpodobnosti přechodů Markovova řetězce harmonických funkcí

Předchozí <i>j</i> \ Následující <i>i</i>	T	D	S
T	0,37	0,88	0,56
D	0,50	0,09	0,44
S	0,13	0,03	0
Relativní četnosti harm. funkce <i>j</i>	0,61	0,34	0,05

3. Při rozboru rytmu se vyskytlo celkem 7 různých rytmických hodnot od noty šestnáctinové do noty tříčtvrtvové a 2 druhy rytmu – dvoučtvrtvový a tříčtvrtvový. Pauzy byly pozorovány v 8. (tj. i v 16.) taktu jako rytmický doplněk závěrečných not, velmi zřídka se však vyskytly na jiném místě. Přechody rytmických hodnot znázorňuje tabulka 4.

Matice přechodů rytmických hodnot byla sestavena, podobně jako matice přechodů harmonických funkcí, pouze z následností uvnitř jedné polověty. Pravděpodobnosti přechodů od půlové k jiné notě (tj. sloupec s půlovou notou) mohou

Tabulka 3.

Relativní četnosti harmonických funkcí pro každý takt

Takt \ Funkce	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Průměr
T	0,91	0,63	0,38	0,75	0,87	0,63	0,19	1	0,47	0,50	0,44	0,53	0,61
D	0,09	0,22	0,56	0,25	0,11	0,22	0,75	0	0,47	0,44	0,50	0,47	0,34
S	0	0,15	0,06	0	0,02	0,16	0,06	0	0,06	0,06	0,06	0	0,05

Tabulka 4.

Pravděpodobnosti přechodů Markovova řetězce rytmických hodnot

$i \backslash j$							
	0,56	0,02	1	0,02	0	0	0
	0,39	0,81	0	0,16	1	0,41	0
	0	0,02	0	0	0	0	0
	0,05	0,13	0	0,73	0	0,59	0
	0	0	0	0,02	0	0	0
	0	0,02	0	0,07	0	0	0,50
	0	0	0	0	0	0	0,50
Relativní četnosti	0,05	0,61	0,02	0,28	0,02	0,03	0,01

Poznámka. Noty lze nahradit následujícími hodnotami:

$$\begin{array}{ll}
 \img alt="quarter note" & - 1/16 & \img alt="quarter note with dot"} & - 3/8 \\
 \img alt="eighth note"} & - 1/8 & \img alt="half note"} & - 1/2 \\
 \img alt="quarter note with dot"} & - 3/16 & \img alt="quarter note with dot"} & - 3/4 \\
 \img alt="half note"} & - 1/4 & &
 \end{array}$$

však platit ze zřejmého důvodu jen buď uvnitř taktu $\frac{3}{4}$ rytmu nebo při přechodu z jednoho taktu do druhého ve $\frac{2}{4}$ rytmu. Podobně pravděpodobnosti přechodů od tříčtvrtkové noty k jiné notě mohou zřejmě platit jen při přechodu mezi takty ve $\frac{3}{4}$ rytmu.

V rytmické lince se často vyskytly opakující se rytmické celky, nejčastěji takty. Relativní četnosti úplných rytmických shodností taktu i s některým předchozím taktům j v jedné polovětě obsahuje tabulka 5.

4. Matice pravděpodobností přechodů melodických hodnot byla vypracována pro každou harmonickou funkci zvlášť (tabulky 6 až 8).

Pravděpodobnosti přechodů melodických hodnot se opět vztahují na přechody uvnitř jedné polovětě. Tabulka 9 obsahuje relativní četnosti počátečních not jedné

Tabulka 5.

Relativní četnosti rytmických shodností

Takt <i>i</i> \ Takt <i>j</i>	1	2	3	4	Bez shodnosti
1	—	—	—	—	1
2	0,47	—	—	—	0,53
3	0,35	0,39	—	—	0,26
4	0,16	0,20	0,25	—	0,39

polověty pro každou hramonickou funkci zvlášť. Závěr skladby, tj. poslední a větší-nou zároveň i první nota 8. (a tj. i 16.) taktu má však pouze varietu 3 not — c' , e'' , c'' s výskyty závislými na bezprostředně předcházející notě.

SYNTÉZA

Četnosti jevů odvozených z předcházejícího rozboru byly prohlášeny za pravdě-podobnosti, se kterými bude uvažováno při konstrukci komponujícího algoritmu.

Celý skladebný proces bude sledovat podobný postup, jak jsme si počínali při rozboru kompozice — od rámcových vlastností skladby po více a více detailní prvky. Podobně postupuje skladatel při komponování většího děl. Jako první fáze algoritmu

Tabulka 6.

Pravděpodobnosti přechodů Markovova řetězce melodických hodnot v tónice

<i>i</i> \ <i>j</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	c'	d'	e'	f'	g'	a'	h'	c''
<i>g</i>	0,05	0,30	0	0,05	0	0	0	0	0	0	0
<i>a</i>	0,03	0,05	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0
<i>h</i>	0	0,40	0,05	0,10	0	0	0	0	0	0	0
c'	0,85	0,20	0,90	0,20	0,50	0,30	0,05	0,05	0,05	0	0,05
d'	0	0	0	0,20	0,05	0,05	0	0	0	0	0
e'	0,05	0,05	0	0,30	0,40	0,20	0,60	0,30	0	0	0,10
f'	0	0	0	0,05	0	0,10	0,05	0,30	0,10	0	0
g'	0,02	0	0	0,05	0,05	0,30	0,30	0,05	0,40	0	0,35
a'	0	0	0	0,05	0	0	0	0,20	0,05	0,35	0,20
h'	0	0	0	0	0	0	0	0	0,30	0,05	0,20
c''	0	0	0	0	0	0,05	0	0,10	0,10	0,60	0,10
Relativní četnosti	0,04	0,01	0,05	0,29	0,03	0,18	0,05	0,14	0,08	0,04	0,09

Tabulka 7.

Pravděpodobnosti přechodů Markova řetězce melodických hodnot v dominantě

$i \backslash j$	g	a	h	c'	d'	e'	f'	g'	a'	h'	c''
g	0,05	0,30	0,15	0,15	0,15	0,05	0,05	0,05	0	0	0
a	0	0,05	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0
h	0,80	0,40	0,20	0,30	0,10	0,10	0,20	0,05	0	0	0
c'	0	0	0,05	0,05	0,05	0	0	0	0	0	0
d'	0,10	0,20	0,30	0,30	0,20	0,30	0,30	0,20	0,15	0,10	0
e'	0	0	0	0	0,10	0,05	0,10	0,05	0	0	0
f'	0	0,05	0,20	0,10	0,20	0,20	0,05	0,20	0,20	0,15	0,05
g'	0,05	0	0,05	0,10	0,20	0,30	0,20	0,10	0,40	0,40	0,40
a'	0	0	0	0	0	0	0	0,15	0,05	0,10	0,05
h'	0	0	0	0	0	0	0,10	0,20	0,20	0,20	0,50
c''	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	0	0
Relativní četnosti	0,09	0,01	0,20	0,01	0,20	0,03	0,11	0,20	0,03	0,11	0,01

Tabulka 8.

Pravděpodobnosti přechodů Markova řetězce melodických hodnot v subdominantě

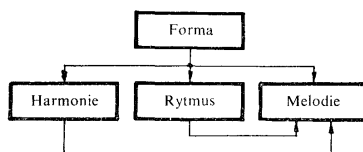
$i \backslash j$	g	a	h	c'	d'	e'	f'	g'	a'	h'	c''
g	0	0,05	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a	0,70	0,20	0,50	0,20	0,10	0,10	0	0	0	0	0
h	0	0,10	0	0,10	0	0	0	0	0	0	0
c'	0,20	0,55	0,40	0,20	0,30	0,30	0,20	0,05	0,10	0	0
d'	0	0	0,05	0,10	0,05	0,05	0,05	0,05	0	0	0
e'	0	0	0	0	0,05	0	0,05	0	0	0	0
f'	0,10	0,10	0,05	0,30	0,40	0,45	0,15	0,45	0,30	0,30	0,15
g'	0	0	0	0	0	0	0,15	0,05	0,20	0	0
a'	0	0	0	0,10	0,10	0,10	0,30	0,40	0,30	0,60	0,55
h'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,20
c''	0	0	0	0	0	0	0,10	0	0,10	0,10	0,10
Relativní četnosti	0,01	0,16	0,01	0,21	0,03	0,01	0,25	0,04	0,22	0,02	0,04

Tabulka 9.

Relativní četnosti počátečních not

Harm. funkce	Nota										
	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c'</i>	<i>d'</i>	<i>e'</i>	<i>f'</i>	<i>g'</i>	<i>a'</i>	<i>h'</i>	<i>c''</i>
T	0,10	0	0	0,45	0	0,21	0	0,19	0	0	0,05
D	0,02	0	0,08	0,04	0,30	0,04	0,26	0,22	0,04	0	0
S	0	0	0	0	0	0	0,20	0	0,80	0	0

bylo zvoleno určení hudební formy. Poněvadž však se rozbor týkal již poměrně úzce vymezené hudební formy, půjde v algoritmu pouze o detailní uspořádání spočívající v repetičích některých hudebních prvků skladby. Další fází bude konstrukce sledu harmonických funkcí spočívající v přiřazení harmonických funkcí jednotlivým taktům. Takto získaná struktura skladby se stane pak základem k výpočtu rytmických



Obr. 2. Vzájemné závislosti jednotlivých složek kompozice v sestavném komponujícím algoritmu.

a melodických hodnot not pro celou melodii. Jednotlivé složky skladby se vzájemně ovlivňují. Na obr. 2 je znázorněno, jakých vzájemných ovlivnění používá algoritmus.

Jednotlivé fáze kompozice budou popsány později. Jak již bylo uvedeno, skládá se kompoziční proces v přehledu z těchto fází:

1. určení hudební formy,
2. kompozice sledu harmonických funkcí,
3. a) volba rytmu,
b) kompozice rytmické linky,
4. kompozice melodie.

Fáze 1. a 3. a) určuje bezprostředně před kompozičním procesem člověk. Ostatní závisí na náhodě. K jejich provedení bylo použito metody Monte Carlo. Protože jednotlivé složky skladby představují Markovovy řetězce, byl algoritmus sestaven tak, že určení některého písmene v určité fázi skladby je dosaženo náhodnou volbou v příslušném sloupci předcházejícího písmene matice pravděpodobností. Jinými slovy, vybere se některý řádek matice pravděpodobností, představující pravděpodobnosti výskytu tohoto písmene po bezprostředně předcházejícím písmenu. Náhodný výběr

je ovlivněn podmíněnými pravděpodobnostmi výskytu těchto písmen. Součet relativních pravděpodobností ve sloupci je vždy roven jedné. Jednotlivé relativní pravděpodobnosti určují tedy různé veliké intervaly od 0 do 1. Algoritmus tedy vyžaduje dokonalý zdroj náhodných čísel v intervalu $0 \leq r_n \leq 1$ s pravděpodobností výskytu $p_{r_n} = 1/n$. Kromě toho musí být vytvořen mechanismus, který stanoví, do kterého intervalu, tj. ke kterému následujícímu písmenu, patří vytvořené náhodné číslo. Tyto dvě vlastnosti jsou podstatné pro vytvoření náhodného řetězce počínaje sledem harmonických funkcí a konče hotovou skladbou.

V dalších odstavcích budou vysvětleny vlastnosti algoritmu v jednotlivých jeho fázích 1. až 4.

1. Hudební formu, nebo v tomto případě lépe řečeno její detailní uspořádání, určuje předem člověk. V tabulce 1 je uveden přehled relativních četností některých častých repetičí vytvářejících rámcový charakter skladby. Volby některého ze čtyř těchto případů (včetně případu, kdy nejde o žádnou totožnost) nebo jejich kombinací bylo použito jako počáteční informace pro funkci algoritmu. Odtud je zřejmé, že volba formy ovlivní ostatní složky kompozice (obr. 2), použije-li se některé shodnosti nebo jejich kombinací podle tabulky 1.

2. Protože při rozboru harmonie bylo předpokládáno, že jednomu taktu náleží jen jedna harmonická funkce (v lidových písních tomu jinak povětšinou není), spočívá i kompozice harmonie v sestavení sledu harmonických funkcí, ve kterém každému ze 12 (resp. ze 16) taktů bude přiřazena jedna ze tří harmonických funkcí, T, D, S. Jako nejmenší samostatný hudební prvek při kompozici byla zvolena jedna polověta, podle délky Markovova řetězce pozorovaného při rozboru. Počáteční harmonická funkce každé polověty je zvolena pomocí náhodného procesu z tabulky 3. Tři relativní pravděpodobnosti odpovídající výskytům tří harmonických funkcí v taktech 1, 5 a 9 (tj. i 13) udávají, kterou harmonickou funkcí bude která polověta začínat. Harmonické funkce zbývajících 3 taktů polověty je nyní možno určovat pomocí popsání náhodného procesu využívajícího matice pravděpodobností přechodů z tabulky 2. Výskyt harmonické funkce v určitém taktu nezávisí však jen na předcházející harmonické funkci, ale je ovlivněn i polohou taktu, jehož harmonická funkce se má právě určit. Tyto „lokální“ pravděpodobnosti výskytu harmonických funkcí obsahuje tabulka 3. Předpokládáme-li, že jsme dosáhli při výpočtu sledu harmonických funkcí stavu znázorněného na obr. 3, kdy se má určit harmonická funkce taktu 3, jsou podmíněné pravděpodobnosti výskytu harmonických funkcí z matice tabulky 2

$$p_{T/S} = 0,56; \quad p_{D/S} = 0,44; \quad p_{S/S} = 0,$$

avšak pravděpodobnosti výskytu těchto funkcí v taktu 3 jsou podle tabulky 3

$$p_T^{(3)} = 0,38; \quad p_D^{(3)} = 0,56; \quad p_S^{(3)} = 0,06.$$

Algoritmus byl sestaven tak, že skutečné pravděpodobnosti $p_i^{(t)}$ výskytu harmonické funkce i v taktu t pro zpracování v náhodném procesu vytváří tím, že vypočítává

$$(1) \quad p_i^{(j)'} = \frac{p_{ij} + p_i^{(j)}}{2},$$

kde j je harmonická funkce taktu $t - 1$.

Pro uvedený příklad budou výsledné pravděpodobnosti pak

$$p_T^{(3)'} = 0,47; \quad p_D^{(3)'} = 0,50; \quad p_T^{(3)'} = 0,03.$$

Projevuje se zde zřejmá tendence dominanty v taktu 3. Toto pravidlo však neplatí pro počáteční takty polověty a pro takt 8, kde samozřejmě nastupuje vždy tónika.

Takt	1	2	3	4
Harmonická funkce	T	S	?	

Obr. 3. Kompozice sledu harmonických funkcí.

Přesvědčme se, jaké výsledky dává ve skutečnosti tato intuitivní metoda. Hledíme pravděpodobnosti, s jakými se vyskytnou některé očekávané harmonické spoje nebo naopak některé spoje téměř nemyslitelné. Například pravděpodobnost výskytu sledu TSDT v prvním předvětí (A_1) lze vypočítat ze série pravděpodobností součinem

$$(2) \quad p_{TSDT} = p_T^{(1)'} \cdot p_S^{(2)'} \cdot p_D^{(3)'} \cdot p_T^{(4)'}$$

Dosadíme-li ze vzorce (1), obdržíme $p_{TSDT} = 0,91 \cdot 0,14 \cdot 0,5 \cdot 0,815 = 0,05192$. Výsledek říká, že tímto předvětím může začínat přibližně každá dvacátá skladba, což je v souladu se skutečností. Pro velmi nepravděpodobný harmonický spoj, DSSD, obdržíme $p_{DSSD} = p_D^{(1)'} \cdot p_S^{(2)'} \cdot p_S^{(3)'} \cdot p_D^{(4)'} = 0,09 \cdot 0,09 \cdot 0,03 \cdot 0,345 = 0,00008384$, tedy takto harmonicky sestaveným předvětím by mohla začínat přibližně každá dvanáctitísíci skladba. I když je tato pravděpodobnost velmi malá, je tento spoj ve skladbách našeho typu úplně vyloučen. Algoritmus však neobsahuje žádné opatření, které by vylučovalo tyto nežádoucí, byť velmi málo pravděpodobné případy, jednak pro dosažení co největší informace a omezení přílišné nadbytečnosti kompozice, jednak pro zachování jednoduchosti a rychlosti. Pro spoj TTDT platí v polovětě A_1 pravděpodobnost výskytu $p_{TTDT} = 0,91 \cdot 0,5 \cdot 0,53 \cdot 0,815 = 0,1965$, tj. takto harmonicky sestavené první předvětí můžeme očekávat v každé páté skladbě, což je opět v souladu se skutečností.

Kompozice harmonie je však ještě ovládána předurčením hudební formy, jak vyplývá z obr. 2. Je-li použito některé ze shodností podle tabulky 1, pak v příslušných taktech nedochází k určování harmonie podle předchozího náhodného procesu, ale sled harmonických funkcí je prostě opisován. Tím se však zvyšuje celková uspořádanost kompozice.

3. Metrické rozdělení rytmu určuje předem člověk, jak již bylo uvedeno. Je možné

předem volit buď $2/4$ nebo $3/4$ rytmus. Kompozice rytmické linky* je vytvářena náhodným procesem využívajícím podmíněných pravděpodobností diagramů v Markovově řetězci rytmických hodnot podle tabulky 4. Počáteční rytmická hodnota každé polověty je určena relativními pravděpodobnostmi jejich výskytu (spodní řádek tabulky 4). Ostatní rytmické hodnoty jsou voleny pomocí podmíněných pravděpodobností tabulky 4 v každém taktu tak dlouho, dokud jejich součtová hodnota nevyplní hodnotu trvání taktu, tj. buď $2/4$, nebo $3/4$. Počet not taktu tedy není předem pevně určen. Překročí-li poslední rytmická hodnota hodnotu trvání taktu, je zrušena a je určována znovu metodou „nového pokusu“. Nevyplní-li nová rytmická hodnota ani po desátém pokusu správně rytmický doplněk taktu, zruší se rytmická linka celého právě komponovaného taktu a kompozice rytmické linky začíná znovu. Pauzy nejsou uvažovány s výjimkou 8. (tj. i 16.) taktu, kde se určuje jako závěr věty pouze jedna nota na těžké době. Rytmický doplněk taktu je pak vyplněn pauzou s rytmickou hodnotou od $11/16$ do 0 ve $3/4$ taktu a od $7/16$ do 0 ve $2/4$ taktu.

Další vlastnosti algoritmu jsou rytmické repetice, jejichž volba je odvozena z tabulky 5. Četnosti obsažené v této tabulce představují pravděpodobnosti, s jakými se v náhodném procesu bude druhý až čtvrtý takt polověty opakovat po některém z předcházejících taktů polověty. V případě, že náhodný proces určí některou rytmickou repetici, je ovšem Markovův proces pro jeden takt zrušen a rytmické hodnoty jsou pak jen dosazovány z opakovaného taktu. Markovův řetězec pak navazuje opět na poslední opakovanou notu.

Rovněž tak je Markovův proces obcházen, je-li předem volena některá ze shodností formálních podle tabulky 1, zvyšující uspořádanost kompozice.

4. Kompozice melodické linky závisí na formě, harmonii a na rytmu. Vztah mezi formou a melodií je dán, tak jako vztah mezi formou a ostatními složkami kompozice, předem volbou některé ze čtyř možností podle tabulky 1 (počítáme-li mezi něfi případ, kdy není volena žádná shodnost). Podobně jako při kompozici ostatních složek, je při volbě některé shodnosti dvojitaktí podle tabulky 1 Markovův proces obcházen.

Základní kompoziční jednotka, jedna polověta, je zahájena vždy počáteční melodickou hodnotou určenou podle pravděpodobností náležejících harmonické funkci počátečního taktu polověty (tabulka 9). Ostatní melodické hodnoty polověty jsou určovány z podmíněných pravděpodobností tabulky harmonické funkce příslušející právě komponovanému taktu (tab. 6 až 8). Počet melodických hodnot v taktu je určen z rytmické linky. V 8. (tj. i v 16.) taktu je však určena pouze jedna nota s jednou ze tří melodických hodnot, c' , e' , nebo c'' . Volba těchto melodických hodnot závisí na předcházející notě. Předcházejí-li závěru noty g až e' , končí skladba notou c' , předchází-li f' , končí e' , předcházejícím notám g' až c'' odpovídá závěr c'' .

Závislost melodie na rytmu je vázána těmito dvěma pravidly:

- a) Vyskytne-li se stoupající nebo klesající interval velké nebo malé sekundy, a zbý-

* Rytmickou linkou se zde rozumí sled rytmických hodnot v průběhu celé skladby. Rytmické lince odpovídá z intonačního hlediska linka melodická.

vají-li v rytmické lince taktu nejméně dvě noty, je řetězec melodických hodnot následujících dvou not určen diatonicky stoupajícími nebo klesajícími tóny, podle intervalu předchozích dvou not. Vyskytne-li se např. interval $d' - e'$, jsou následující noty, bez ohledu na Markovův proces, f' , g' . Avšak vyskytne-li se interval $a' - h'$, následuje c'' , h' a podobně při výskytu intervalu $a - g$ následuje a , h . Toto pravidlo bylo algoritmu přidáno dodatečně, poněvadž jinak algoritmus vyhledával melodie příliš monotónní. Kromě toho členitý rytmus s mnoha drobnými rytmickými hodnotami obsahuje více menších intervalů.

b) Obsahuje-li takt jen jednu notu, je jí přiřazen doškálný tón, tj. její melodická hodnota je určena podle příslušnosti harmonické funkce tohoto taktu podle tabulky 9.

OBSAH INFORMACE

Pro srovnání s některými uveřejněnými analýzami hudebních děl byly vypočítány některé míry informace z analyzovaných českých lidových písní podle matic pravděpodobností přechodů v Markovových řetězcích. I když komponující algoritmus používá některých dalších kompozičních pravidel, nutných nebo vhodných pro základní stavbu kompozice, které zvyšují redundanci kompozice, můžeme zhruba míry informace vypočítané z Markovova procesu vztahovat i na samotný algoritmus, protože matice pravděpodobností přechodů tvoří podstatnou část informace algoritmu. Míry informace byly vypočítány zvlášť pro harmonii, rytmus a melodie. V následujících odstavcích jsou jednotlivá označení definována takto:

maximální entropie 1. řádu:

$$(3a) \quad H_{\max 1} = \log_2 n,$$

kde n je počet písmen,

maximální entropie 2. řádu:

$$(3b) \quad H_{\max 2} = \log_2 n^2,$$

entropie 1. řádu:

$$(3c) \quad H_1 = -\sum_{j=1}^n p_j \log_2 p_j,$$

kde p_j je pravděpodobnost výskytu písmene j ,

entropie digramu i, j :

$$(3d) \quad H_{i,j} = -\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n p_{ij} \log_2 p_{ij},$$

254 kde p_{ij} je pravděpodobnost výskytu digramu i, j ,

$$p_{ij} = p_j \cdot p_{i|j},$$

$p_{i|j}$ je podmíněná pravděpodobnost, že písmeno i následuje po j ,

podmíněná entropie 2. řádu:

$$(3e) \quad H_2 = H_{i,j} - H_1 = -\sum_{j=1}^n p_j \sum_{i=1}^n p_{i|j} \log_2 p_{i|j},$$

redundance 1. řádu:

$$(4) \quad R_1 = 1 - H_1/H_{\max 1},$$

redundance digramu i, j :

$$(5) \quad R_{i,j} = 1 - H_{i,j}/H_{\max 2},$$

podmíněná redundance 2. řádu:

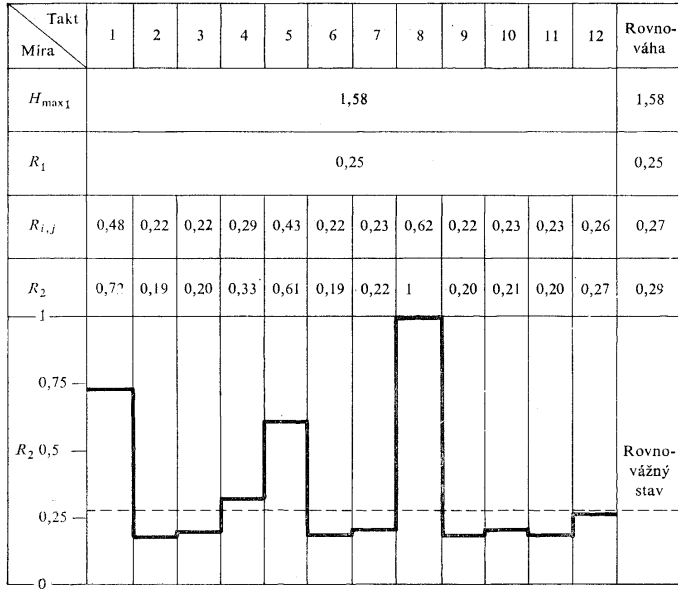
$$(6) \quad R_2 = 1 - H_2/H_{\max 1}.$$

Nejprve byly vypočítány veličiny (3) až (6) pro harmonické funkce z matice pravděpodobností tabulky 2. Tato matice však představuje rovnovážný stav Markovova řetězce harmonických funkcí. Ve skutečnosti je obsah informace harmonie v průběhu skladby proměnlivý, protože jsou proměnlivé i relativní pravděpodobnosti výskytu harmonických funkcí v jednotlivých taktech (tabulka 3). Je tedy možné vypočítat uvedené míry informace pro každý takt zvlášť v průběhu celé skladby. Pravděpodobnosti matice přechodů harmonických funkcí (tabulka 2) musejí být však modifikovány podle vzorce (1) použitého v algoritmu a odpovídajícího skutečnosti podle ověřených příkladů.

Míry informace harmonie v průběhu celé skladby jsou znázorněny na obr. 4. Je zde zejména patrný vzrůst obsahu informace, nebo-li pokles redundance uvnitř každé polověty a vzrůst redundance na jejím konci. Nulový obsah informace ($R_2 = 1$) v 8. taktu je způsoben jediným možným závěrem – tónikou, opakujícím se i v 16. taktu.

Obsah informace rytmického slohu skladby byl vypočítán z matice pravděpodobností rytmických hodnot (tabulka 4). Přehled vypočítaných veličin je obsažen v tabulce 10.

Poměrně velká redundance rytmu je překvapující, srovnáme-li tyto hodnoty s některými dosud provedenými analýzami hudebních děl. Tak například pro tříhlasé organum *Hec dies* ve stylu Perotinově (rané 12. století) byla spočítána redundance (asi R_1) 0,258. Brawley provedl analýzu menuetů Mozartových smyčcových kvartetů, jejímž výsledkem byla redundance 0,194 a při analýze Bachovy dvojhlasé invence č. 14 dospěl k $R_1 = 0,131$. Uvedeme-li příklad z moderní hudby, shledáváme ještě menší redundanci, např. z analýzy první věty Schönbergova čtvrtého smyčcového kvartetu byla vypočítána redundance 0,064 [2].



Obr. 4. Průběh redundance harmonie českých lidových písní.

Pozorujeme-li strukturu matice pravděpodobností přechodů v rytmickém slohu českých lidových písní (tabulka 4), shledáme, že téměř 90% výskytu zahrnují pouze

Tabulka 10.

Míry informace rytmického slohu českých lidových písní

H_{max1}	2,78
R_1	0,42
$R_{i,j}$	0,54
R_2	0,61

dvě rytmické hodnoty, osminová a čtvrtová. Rovněž součet podmíněných pravděpodobností každé z těchto dvou rytmických hodnot je přibližně 90%. Některé sloupce dokonce představují nulový obsah informace s podmíněnou pravděpodobnos-

Míry informace melodie českých lidových písní

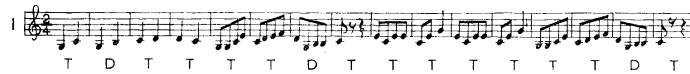
Harmonická funkce	T	D	S	Průměr
Míra				
$H_{\max 1}$	3,46	3,46	3,46	3,46
R_1	0,13	0,16	0,22	0,15
$R_{i,j}$	0,26	0,23	0,29	0,25
R_2	0,39	0,30	0,36	0,36

tí 1 pro některou rytmickou hodnotu. Charakteristický příklad výsledku komponujícího algoritmu č. 1 ukazuje častý výskyt a uspořádanost pouze dvou rytmických hodnot.

Tabulka 11 obsahuje míry informace melodie vypočítané z tabulek 6 až 8, tj. pro každou harmonickou funkci zvlášť.

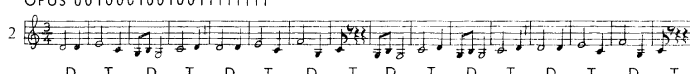
Průměrné hodnoty byly vypočítány jako aritmetické průměry s vahami odpovídajícími výskytu harmonických funkcí, tj. 0,61 pro T, 0,34 pro D a 0,05 pro S. Vypočtené redundance pro melodii nejsou vcelku v rozporu s tím, co bylo intuitivně očekáváno, porovnáme-li je např. s analýzou přibližně odpovídajícího žánru, písní

OPUS 01100100110010111000




T D T T T T D T T T T T T D T

OPUS 00100010010011111111




D T D T D T D T D T D T D T D T

OPUS 10100101010001010010



T D T T T D D T D T T T T D D T

OPUS 01010011000010001010



T S D T T S D T T D T D T S D T

Obr. 5. Ukázky strojové kompozice.

rock and rollu, provedenou Youngbloodem. Redundance R_1 tohoto rozboru (odvozená z 12-tónového systému) činí 0,271. Redundance gregoriánského zpěvu je $R_2 = 0,288$ (odvozená ze 7-tónové soustavy) a $R_2 = 0,44$ (odvozená z 12-tónové soustavy). Analýza romantické hudby (Schubert, Medelssohn, Schumann), provedená rovněž Youngbloodem, dala redundanci $R_2 = 0,292$ (12-tónová soustava) [2].

Pro ukázkou je předvedeno několik příkladů strojové kompozice provedené podle sestaveného algoritmu programem COMA (Computer Music Algorithm) na počítači National Elliott 803 B (obr. 5).

PROGRAM

a) Výpočet

Podle sestaveného algoritmu byl vypracován program pro číslicový počítač National Elliott 803 B. Vstupem pro výpočet tímto programem je počáteční náhodné číslo (ve dvojkové soustavě je zobrazeno za textem „OPUS“) pro generátor pseudonáhodných čísel. Z posledních 4 bitů (nejmenších 4 řádů) se odvozují předem volitelné vlastnosti skladby. Jednička v posledním bitu určuje $3/4$ rytmus, nula $2/4$ rytmus. Zbývající 3 bity předurčují formu skladby; jednička v 2. bitu zprava zajišťuje totožnost $a_{11} \equiv a_{21}$, v 3. bitu $a_{12} \equiv b_1 \equiv b_2$ a ve 4. bitu zprava totožnost $b_1 \equiv b_2$.

Výpočet náhodné melodie včetně přípravy pro akustickou reprodukci trvá 5 až 10 vteřin. Po výpočtu se kompozice akusticky reprodukuje na počítačovém reproduktoru zvukových signálů prováděných operací. Výška tónu je určena hustotou opakujících se operací doprovázených zvukovým signálem, délka tónu je určena počtem těchto operací.* Po akustické reprodukci je možné obdržet optickou informaci o kompozici tiskem not v zakódovaném tvaru.

b) Varieta řešení

Pseudonáhodná čísla jsou vytvářena ze zbytků po dělení celých čísel, jehož výsledkem je dlouhá perioda. V programu bylo použito následujícího dělení:

$$a : 1999999 = x + r/1999999, \quad a > 0.$$

Čísla a , x , r jsou celá; r je zbytek po dělení a je považován za pseudonáhodné číslo, které je v dalším kroku vynásobeno deseti, dosazeno do a a považováno za nového dělence. Perioda posloupnosti pseudonáhodných čísel je takto 1999998.

Protože počáteční číslo a může být nastaveno na 20 bitech (je-li nastaveno $a = 0$, přičítá se jednička), je pak možné volit 2^{20} kombinací, tj. dosáhnout stejného počtu různých skladeb. Je tedy varieta řešení algoritmu 20 bitů, tj. $2^{20} = 1048576$.

(Došlo dne 1. října 1965.)

* Autor je zavázán Ing. Jiřimu Mikulášovi a Ing. Jaroslavovi Šafovi z VVS, Kancelářské stroje, n. p., za cenné informace z tohoto oboru.

- [1] Hiller L. A., Isaacson L. M.: *Experimental Music*. McGraw-Hill Book Co., New York 1959.
- [2] Cohen J. E.: *Teorie informací a hudba. Nové cesty hudby (186–215)*. Sborník studií a novodobých skladebných směrech a vědeckých názorech na hudbu. Státní hudební vydavatelství, Praha 1964. (Překlad článku „Information Theory and Music“. *Behavioral Science* 7 (April 1962), No. 2).
- [3] Janeček K.: *Hudební formy*. SNKLHU, Praha 1955.
- [4] Ashby W. R.: *Kybernetika*. Orbis, Praha 1961.
- [5] Poletajev I. A.: *Kybernetika*. SNTL, Praha 1961.
- [6] Erben K. J., Martinovský J. P. M.: *Nápěvy písní národních v Čechách*. Melantrich, Praha 1940.

SUMMARY

A Composing Algorithm and Information Contents

ZDENĚK FENCL

In the paper the analysis-synthesis method in devising a musical composing algorithm is presented. As a theme of the analysis Czech folk songs were chosen. For the basic compositional system the second-order Markov chain music was adopted with some necessary or suitable compositional rules added. Some quantities characterizing information contents of the material analysed were computed out of the transition matrices gained by the analysis of the theme. The article also contains examples of the machine compositions achieved by a program for the NE 803 B computer devised according to the composing algorithm. A concise description of the program is also presented.

Ing. Zdeněk Fencl, Výzkumné výpočtové středisko, Kancelářské stroje, s. p., Opletalova 14, Praha 1.